学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

和小学数学教师谈解应用题的方法

BOOK

内部资料 非卖品

和小学数学教师谈解应用题的方法

一、观察法

在解答数学题时，第一步是观察。观察是基础，是发现问题、解决问题的首要步骤。小学数学教材，特别重视培养观察力，把培养观察力作为开发与培养学生智力的第一步。

观察法，是通过观察题目中数字的变化规律及位置特点，条件与结论之间的关系，题目的结构特点及图形的特征，从而发现题目中的数量关系，把题目解答出来的一种解题方法。

观察要有次序，要看得仔细、看得真切，在观察中要动脑，要想出道理、找出规律。

*例 1（适于一年级程度）此题是九年义务教育六年制小学教科书数学

18

		7
10	6	

图 1-1

第二册，第 11 页中的一道思考题。书中除图 1-1 的图形外没有文字说明。这道题旨在引导儿童观察、思考，初步培养他们的观察能力。这时儿童已经学过 20 以内的加减法，基于他们已有的知识，能够判断本题的意思是：在右边大正方形内的小方格中填入数字后，使大正方形中的每一横行，每一竖列，以及两条对角线上三个数字的和，都等于左边小正方形中的数字 18。实质上，这是一种幻方，或者说是一种方阵。

解：现在通过观察、思考，看小方格中应填入什么数字。从横中行 10+6+□=18 会想到，18-10-6=2，在横中行右面的小方格中应填入 2（图 1-2）。

从竖右列 7+2+□=18（图 1-2）会想到，18-7-2=9，在竖右列下面的小方格中应填入 9（图 1-3）。

		7
10	6	2

图 1-2

		7
10	6	2
		9

图 1-3

从正方形对角线上的 9+6+□=18（图 1-3）会想到，18-9-6=3，在大正方形左上角的小方格中应填入 3（图 1-4）。

从正方形对角线上的 7+6+□=18（图 1-3）会想到，18-7-6=5，在大正方形左下角的小方格中应填入 5（图 1-4）。

3		7
10	6	2
5		9

图 1-4

3	8	7
10	6	2
5	4	9

图 1-5

从横上行 3+□+7=18（图 1-4）会想到，18-3-7=8，在横上行中间的小方格中应填入 8（图 1-5）。

又从横下行 5+□+9=18（图 1-4）会想到，18-5-9=4，在横下行中间的小方格中应填入 4（图 1-5）。

图 1-5 是填完数字后的幻方。

例 2 看每一行的前三个数，想一想接下去应该填什么数。（适于二年级程度）

6、16、26、____、____、____、____。

9、18、27、____、____、____、____。

80、73、66、____、____、____、____。

解：观察 6、16、26 这三个数可发现，6、16、26 的排列规律是：16 比 6 大 10，26 比 16 大 10，即后面的每一个数都比它前面的那个数大 10。

观察 9、18、27 这三个数可发现，9、18、27 的排列规律是：18 比 9 大 9，27 比 18 大 9，即后面的每一个数都比它前面的那个数大 9。

观察 80、73、66 这三个数可发现，80、73、66 的排列规律是：73 比 80 小 7，66 比 73 小 7，即后面的每一个数都比它前面的那个数小 7。

这样可得到本题的答案是：

6、16、26、36、46、56、66。

9、18、27、36、45、54、63。

80、73、66、59、52、45、38。

例 3 将 1～9 这九个数字填入图 1-6 的方框中，使图中所有的不等号均成立。（适于三年级程度）

解：仔细观察图中不等号及方框的排列规律可发现：只有中心的那个方框中的数小于周围的四个数，看来在中心的方框中应填入最小的数 1。再看它周围的方框和不等号，只有左下角的那个方框中的数大于相邻的两个方框中的数，其它方框中的数都是一个比一个大，而且方框中的数是按顺时针方向排列越来越小。

所以，在左下角的那个方框中应填 9，在它右邻的方框中应填 2，在 2 右面的方框中填 3，在 3 上面的方框中填 4，以后依次填 5、6、7、8。

图 1-7 是填完数字的图形。

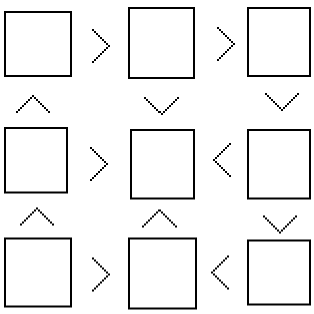


图 1-6

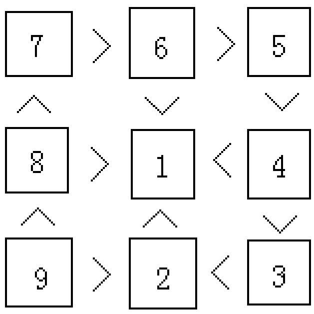


图 1-7

例 4 从一个长方形上剪去一个角后，它还剩下几个角？（适于三年级程度）

解：此题不少学生不加思考就回答：“一个长方形有四个角，剪去一个角剩下三个角。”

我们认真观察一下，从一个长方形的纸上剪去一个角，都怎么剪？都是什么情况？

（1）从一个角的顶点向对角的顶点剪去一个角，剩下三个角（图 1-8）。

（2）从一个角的顶点向对边上任意一点剪去一个角，剩下四个角（图 1-9）。

（3）从一个边上任意一点向邻边上任意一点剪去一个角，

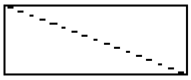


图 1-8

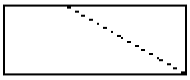


图 1-9

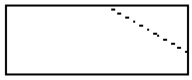


图 1-10

剩下五个角（图 1-10）。

例 5 甲、乙两个人面对面地坐着，两个人中间放着一个三位数。这个三位数的每个数字都相同，并且两人中一个人看到的这个数比另一个人看到的这个数大一半，这个数是多少？（适于三年级程度）

解：首先要确定这个三位数一定是用阿拉伯数字表示的，不然就没法考虑了。

甲看到的数与乙看到的数不同，这就是说，这个三位数正看、倒看都表示数。在阿拉伯数字中，只有 0、1、6、8、9 这五个数字正看、倒看都表示数。

这个三位数在正看、倒看时，表示的数值不同，显然这个三位数不能是 000，也不能是 111 和 888，只可能是 666 或 999。

如果这个数是 666，当其中一个人看到的是 666 时，另一个人看到的一定是 999，999-666=333，333 正好是 666 的一半。所以这个数是 666，也可以是 999。

*例 6　1966、1976、1986、1996、2006 这五个数的总和是多少？（适于三年级程度）

解：这道题可以有多种解法，把五个数直接相加，虽然可以求出正确答案，但因数字大，计算起来容易出错。

如果仔细观察这五个数可发现，第一个数是 1966，第二个数比它大 10，第三个数比它大 20，第四个数比它大 30，第五个数比它大 40。因此，这道题可以用下面的方法计算：

$$
\begin{aligned}
&1966+1976+1986+1996+2006\\
=&1966\times5+10\times(1+2+3+4)\\
=&9830+100\\
=&9930
\end{aligned}
$$

这五个数还有另一个特点：中间的数是 1986，第一个数 1966 比中间的数 1986 小 20，最后一个数 2006 比中间的数 1986 大 20，1966 和 2006 这两个数的平均数是 1986。1976 和 1996 的平均数也是 1986。这样，中间的数 1986 是这五个数的平均数。所以，这道题还可以用下面的方法计算：

$$
\begin{aligned}
&1966+1976+1986+1996+2006\\
=&1986\times5
\end{aligned}
$$

=9930

例 7 你能从 400÷25=（400×4）÷（25×4）=400×4÷100=16 中得到启发，很快算出（1）600÷25（2）900÷25（3）1400÷25（4）1800÷25（5）7250÷25 的得数吗？（适于四年级程度）

解：我们仔细观察一下算式：

400÷25=（400×4）÷（25×4）=400×4÷100=16

不难看出，原来的被除数和除数都乘以 4，目的是将除数变成 1 后面带有 0 的整百数。这样做的根据是“被除数和除数都乘以一个相同的数（零除外），商不变”。

进行这种变化的好处就是当除数变成了 1 后面带有 0 的整百数以后，就可以很快求出商。按照这个规律，可迅速算出下列除法的商。

（1）600÷25
=（600×4）÷（25×4）
=600×4÷100
=24

（2）900÷25
=（900×4）÷（25×4）
=900×4÷100
=36

（3）1400÷25
=（1400×4）÷（25×4）
=1400×4÷100
=56

（4）1800÷25
=（1800×4）÷（25×4）
=1800×4÷100
=72

（5）7250÷25
=（7250×4）÷（25×4）
=29000÷100
=290

*例 8 把 1～1000 的数字如图 1-11 那样排列，再如图中那样用一个长方形框框出六个数，这六个数的和是 87。如果用同样的方法（横着三个数，竖着两个数）框出的六个数的和是 837，这六个数都是多少？（适于五年级程度）

解：（1）观察框内的六个数可知：第二个数比第一个数大 1，第三个数比第一个数大 2，第四个数比第一个数大 7，第五个数比第一个数大 8，第六个数比第一个数大 9。

假定不知道这几个数，而知道上面观察的结果，以及框内六个数的和是 87，要求出这几个数，就要先求出六个数中的第一个数：

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	999	1000

图 1-11

（87-1-2-7-8-9）÷6
＝60÷6
=10

求出第一个数是 10，往下的各数也就不难求了。

因为用同样的方法框出的六个数之和是 837，这六个数之中后面的五个数也一定分别比第一个数大 1、2、7、8、9，所以，这六个数中的第一个数是：

（837-1-2-7-8-9）÷6

＝810÷6

=135

第二个数是：135+1=136

第三个数是：135+2=137

第四个数是：135+7=142

第五个数是：135+8=143

第六个数是：135+9=144

答略。

（2）观察框内的六个数可知：①上、下两数之差都是 7；②方框中间竖行的 11 和 18，分别是上横行与下横行三个数的中间数。

11=（10+11+12）÷3

18=（17+18+19）÷3

所以上横行与下横行两个中间数的和是：

87÷3＝29

由此可得，和是 837 的六个数中，横向排列的上、下两行两个中间数的和是：

837÷3＝279

因为上、下两个数之差是 7，所以假定上面的数是 x，则下面的数是 x+7。

x+（x+7）=279

2x+7=279

2x=279-7

=272

x=272÷2

=136

x+7=136+7

=143

因为上一横行中间的数是 136，所以，第一个数是：136-1=135

第三个数是：135+2=137

因为下一横行中间的数是 143，所以，

第四个数是：143-1=142

第六个数是：142+2=144

答略。

*例 9 有一个长方体木块，锯去一个顶点后还有几个顶点？（适于五年级程度）

解：（1）锯去一个顶点（图 1-12），因为正方体原来有 8 个顶点，锯去一个顶点后，增加了三个顶点，所以，

8-1+3=10

即锯去一个顶点后还有 10 个顶点。

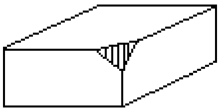


图 1-12

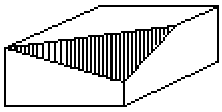


图 1-13

（2）如果锯开的截面通过长方体的一个顶点，则剩下的顶点是 8-1+2=9（个）（图 1-13）。

（3）如果锯开的截面通过长方体的两个顶点，则剩下的顶点是 8-1+1=8（个）（图 1-14）。

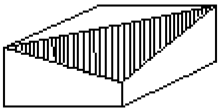


图 1-14

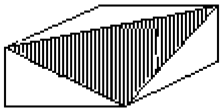


图 1-15

（4）如果锯开的截面通过长方体的三个顶点，则剩下的顶点是 8-1=7（个）（图 1-15）。

例 10 将高都是 1 米，底面半径分别是 1.5 米、1 米和 0.5 米的三个圆柱组成一个物体（图 1-16），求这个物体的表面积 S。（适于六年级程度）

解：我们知道，底面半径为 γ，高为 h 的圆柱体的表面积是 $2\pi\gamma^2+2\pi\gamma h$。

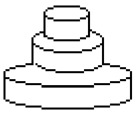


图 1-16

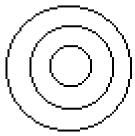


图 1-17

本题的物体由三个圆柱组成。如果分别求出三个圆柱的表面积，再把三个圆柱的表面积加在一起，然后减去重叠部分的面积，才能得到这个物体的表面积，这种计算方法很麻烦。这是以一般的观察方法去解题。

如果我们改变观察的方法，从这个物体的正上方向下俯视这个物体，会看到这个物体上面的面积就像图 1-17 那样。这三个圆的面积，就是底面半径是 1.5 米的那个圆柱的底面积。所以，这个物体的表面积，就等于一个大圆柱的表面积加上中、小圆柱的侧面积。

$(2\pi\times1.5^2+2\pi\times1.5\times1)+(2\pi\times1\times1)+(2\pi\times0.5\times1)$

$=(4.5\pi+3\pi)+2\pi+\pi$

$=7.5\pi+3\pi$

$=10.5\pi$

$=10.5\times3.14$

=32.97（平方米）

答略。

*例 11　如图 1-18 所示，某铸件的横截面是扇形，半径是 15 厘米，圆心角是 72°，铸件长 20 厘米。求它的表面积和体积。（适于六年级程度）

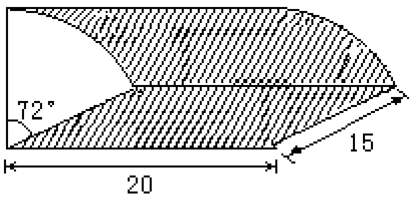


图 1-18

解：遇到这样的题目，不但要注意计算的技巧，还要注意观察的全面性，不可漏掉某一侧面。图 1-18 表面积中的一个长方形和一个扇形就容易被漏掉，因而在解题时要仔细。

求表面积的方法 1：

$$\text{两个扇形面积}+\text{两个长方形面积}+\text{圆柱侧面积}\times\frac{72}{360}$$

$$\frac{3.14\times15^2}{360}\times72\times2+20\times15\times2+15\times2\times3.14\times20\times\frac{72}{360}$$

$$=\frac{3.14\times225}{360}\times72\times2+300\times2+30\times3.14\times20\times\frac{18}{90}$$

$$=\frac{3.14\times225}{5}\times2+600+30\times3.14\times4$$

＝3.14×45×2+600+120×3.14

=3.14×90+3.14×120+600

=3.14×（90+120）+600

=659.4+600

=1259.4（平方厘米）

求表面积的方法 2：

$$(\text{两个圆的面积}+\text{圆柱侧面积})\times\frac{72}{360}+\text{两个长方形的面积}$$

$$(3.14\times152\times2+2\times15\times3.14\times20)\times\frac{72}{360}+20\times15\times2$$

$$=3.14\times(225\times2+30\times20)\times\frac{72}{360}+40\times15$$

$$=3.14\times(450+600)\times\frac{72}{360}+600$$

$$=3.14\times1050\times\frac{72}{360}+600$$

=3.14×210+600

=659.4+600

=1259.4（平方厘米）

铸件的体积：

$$3.14\times152\times20\times\frac{72}{360}$$

$$=3.14\times225\times20\times\frac{1}{5}$$

=3.14×225×4

=3.14×900

=2826（立方厘米）

答略。

二、尝试法

解应用题时，按照自己认为可能的想法，通过尝试，探索规律，从而获得解题方法，叫做尝试法。尝试法也叫“尝试探索法”。

一般来说，在尝试时可以提出假设、猜想，无论是假设或猜想，都要目的明确，尽可能恰当、合理，都要知道在假设、猜想和尝试过程中得到的结果是什么，从而减少尝试的次数，提高解题的效率。

例 1 把数字 3、4、6、7 填在图 2-1 的空格里，使图中横行、竖列三个数相加都等于 14。（适于一年级程度）

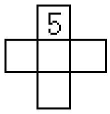


图 2-1

解：七八岁的儿童，观察、总结、发现规律的能力薄弱，做这种填空练习，一般都感到困难。可先启发他们认识解此题的关键在于试填中间的一格。中间一格的数确定后，下面一格的数便可由竖列三个数之和等于 14 来确定，剩下的两个数自然应填入左右两格了。

中间一格应填什么数呢？

先看一个日常生活中的例子。如果我们要从一种月刊全年的合订本中找到第六期的第 23 页，我们一定要从合订本大约一半的地方打开。要是翻到第五期，就要再往后翻；要是翻到第七期、第八期，就要往前翻。找到第六期后，再往接近第 23 页的地方翻，……

这样反复试探几次，步步逼近，最后就能找到这一页。

这就是在用“尝试法”解决问题。

本题的试数范围是 3、4、6、7 四个数，可由小至大，或由大至小依次填在中间的格中，按“横行、竖列三个数相加都得 14”的要求来逐个尝试。

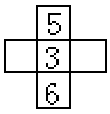


图 2-2

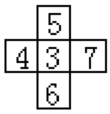


图 2-3

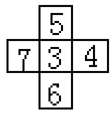


图 2-4

如果中间的格中填 3，则竖列下面的一格应填多少呢？因为 14-5-3=6，所以竖列下面的一格中应填 6（图 2-2）。

下面就要把剩下的 4、7，分别填入横行左右的两个格中（图 2-3）。把横行格中的 4、3、7 三个数加起来，得 14，合乎题目要求。

如果中间一格填 4、或填 6、7 都不合乎题目的要求。

所以本题的答案是图 2-3 或图 2-4。

例 2 把 1、2、3……11 各数填在图 2-5 的方格里，使每一横行、每一竖行的数相加都等于 18。（教科书第四册第 57 页的思考题，适于二年级程度）

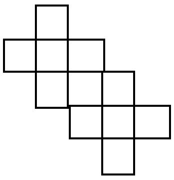


图 2-5

解：图 2-5 中有 11 个格，正好每一格填写一个数。

图 2-6 中写有 A、B、C 的三个格中的三个数，既要参加横向的运算，又要参加纵向的运算，就是说这三个数都要被用两次。因此，确定 A、B、C 这三个数是解此题的关键。

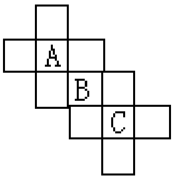


图 2-6

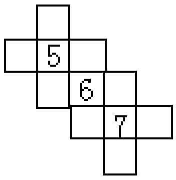


图 2-7

因为 1～11 之中中间的三个数是 5、6、7，所以，我们以 A、B、C 分别为 5、

6、7 开始尝试（图 2-7）。

以 6 为中心尝试，看 6 上、下两个格中应填什么数。

因为 18-6=12，所以 6 上、下两格中数字的和应是 12。

考虑 6 已是 1～11 之中中间的数，那么 6 上、下两格中的数应是 1～11 之中两头的数。再考虑 6 上面的数还要与 5 相加，6 下面的数还要与 7 相加，5 比 7 小，题中要求是三个数相加都等于 18，所以在 6 上面的格中填 11，在 6 下面的格中填 1（图 2-8）。

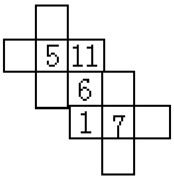


图 2-8

6+11+1=18

看图 2-8。6 上面的数是 11，11 左邻的数是 5，18-11-5=2，所以 5 左邻的数是 2（图 2-9）。

再看图 2-8。6 下面的数是 1，1 右邻的数是 7，18-1-7=10，所以 7 右邻的数是 10（图 2-9）。

现在 1～11 之中只剩下 3、4、8、9 这四个数，图 2-9 中也只剩下四个空格。在 5 的上、下，在 7 的上、下都应填什么数呢？

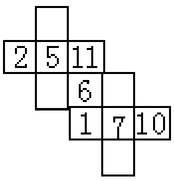


图 2-9

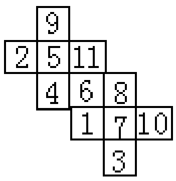


图 2-10

因为 18-5=13，所以 5 上、下两格中数字的和应是 13，3、4、8、9 这四个数中，只有 4+9=13，所以在 5 的上、下两格中应填 9 与 4（图 2-10）。

看图 2-10。因为 6 左邻的数是 4，18-4-6=8，所以 6 右邻的数是 8。

因为 18-7-8=3，并且 1-11 的数中，只剩下 3 没有填上，所以在 7 下面的格中应填上 3。

图 2-10 是填完数字的图形。

*例 3 在 9 只规格相同的手镯中混有 1 只较重的假手镯。在一架没有砝码的天平上，最多只能称两次，你能把假手镯找出来吗？（适于三年级程度）

解：先把 9 只手镯分成 A、B、C 三组，每组 3 只。

①把 A、B 两组放在天平左右两边的秤盘上，如果平衡，则假的 1 只在 C 组里；若不平衡，则哪组较重，假的就在哪组里。

②再把有假手镯的那组中的两只分别放在天平的左右秤盘上。如果平衡，余下的 1 只是假的；若不平衡，较重的那只是假的。

*例 4 在下面的 15 个 8 之间的任何位置上，添上+、-、×、÷符号，使得下面的算式成立。（适于三年级程度）8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8=1986

解：先找一个接近 1986 的数，如：8888÷8+888=1999。

1999 比 1986 大 13。往下要用剩下的 7 个 8 经过怎样的运算得出一个等于 13 的算式呢？88÷8=11，11 与 13 接近，只差 2。

往下就要看用剩下的 4 个 8 经过怎样的运算等于 2。8÷8+8÷8=2。

把上面的思路组合在一起，得到下面的算式：

8888÷8+888-88÷8-8÷8-8÷8=1986

例 5 三个连续自然数的积是 120，求这三个数。（适于四年级程度）

解：假设这三个数是 2、3、4，则：

$$2\times3\times4=24$$

24＜120，这三个数不是 2、3、4；

假设这三个数是 3、4、5，则：

$$3\times4\times5=60$$

60＜120，这三个数不是 3、4、5；

假设这三个数是 4、5、6，则：

$$4\times5\times6=120$$

4、5、6 的积正好是 120，这三个数是 4、5、6。

*例 6 在下面式子里的适当位置上加上括号，使它们的得数分别是 47、75、23、35。（适于四年级程度）

（1）7×9+12÷3-2＝47

（2）7×9+12÷3-2=75

（3）7×9+12÷3-2=23

（4）7×9+12÷3-2=35

解：本题按原式的计算顺序是先做第二级运算，再做第一级运算，即先做乘除法而后做加减法，结果是：

$$\begin{aligned}&7\times9+12\div3-2\\=&63+4-2\end{aligned}$$

=65

“加上括号”的目的在于改变原来的计算顺序。由于此题加中括号还是加小括号均未限制，因此解本题的关键在于加写括号的位置。可以从加写一个小括号想起，然后再考虑加写中括号。如：

（1）7×7=49，再减 2 就是 47。这里的第一个数 7 是原算式中的 7，要减去的 2 是原算式等号前的数，所以下面应考虑能否把 9+12÷3 通过加括号后改成得 7 的算式。经过加括号，（9+12）÷3=7，因此：

7×[（9+12）÷3]-2=47

因为一个数乘以两个数的商，可以用这个数乘以被除数再除以除数，所以本题也可以写成：

7×（9+12）÷3-2=47

（2）7×11=77，再减 2 就得 75。这里的 7 是原算式中的第一个数，要减去的 2 是等号前面的数。下面要看 9+12÷3 能不能改写成得 11 的算式。经尝试 9+12÷3 不能改写成得 11 的算式，所以不能沿用上一道题的解法。7×9+12 得 75，这里的 7、9、12 就是原式中的前三个数，所以只要把 3-2 用小括号括起来，使 7×9+12 之和除以 1，问题就可解决。由此得到：

（7×9+12）÷（3-2）=75

因为（3-2）的差是 1，所以根据“两个数的和除以一个数，可以先把两个加数分别除以这个数，然后把两个商相加”这一运算规则，上面的算式又可以写成：

7×9+12÷（3-2）=75

在上面的这个算式中，本应在 7×9 的后面写上“÷（3-2）”，因为任何数除以 1 等于这个数本身，为了适应题目的要求，不在 7×9 的后写出“÷（3-2）”。

（3）25-2=23，这个算式中，只有 2 是原算式等号前的数，只要把 7×9+12÷3 改写成得 25 的算式，问题就可解决。又因为 7×9+12=75，75÷3=25，所以只要把 7×9+12 用小括号括起来，就得到题中所求了。

（7×9+12）÷3-2=23

（4）7×5=35， 7 是原算式中的第一个数，原算式中的 9+12÷3-2 能否改写成得 5 的算式呢？因为 7-2=5，要是 9+12÷3 能改写成得 7 的算式就好了。经改写为（9+12）÷3=7，因此问题得到解决。题中要求的算式是：

7×[（9+12）÷3-2]=35

*例 7 王明和李平一起剪羊毛，王明剪的天数比李平少。王明每天剪 20 只羊的羊毛，李平每天剪 12 只羊的羊毛。他俩共剪了 112 只羊的羊毛，两人平均每天剪 14 只羊的羊毛。李平剪了几天羊毛？（适于四年级程度）

解：王明、李平合在一起，按平均每天剪 14 只羊的羊毛计算，一共剪的天数是：

112÷14=8（天）

因为王明每天剪 20 只，李平每天剪 12 只，一共剪了 112 只，两人合起来共剪了 8 天，并且李平剪的天数多，所以假定李平剪了 5 天。则：

12×5+20×（8-5）=120（只）

120＞112，李平不是剪了 5 天，而是剪的天数多于 5 天。

假定李平剪了 6 天，则：

12×6+20×（8-6）=112（只）

所以按李平剪 6 天计算，正满足题中条件。

答：李平剪了 6 天。

*例 8 一名学生读一本书，用一天读 80 页的速度，需要 5 天读完，用一天读 90 页的速度，需要 4 天读完。现在要使每天读的页数跟能读完这本书的天数相等，每天应该读多少页？（适于五年级程度）

解：解这道题的关键是要求出一本书的总页数。因为每天读的页数乘以读的天数等于一本书的总页数，又因为每天读的页数与读完此书的天数相等，所以知道了总页数就可以解题了。

根据“用一天读 80 页的速度，需要 5 天读完”，是否能够认为总页数就是 80×5=400（页）呢？不能。

因为 5 天不一定每天都读 80 页，所以只能理解为：每天读 80 页，读了 4 天还有余下的，留到第五天才读完。这也就是说，这本书超过了 80×4=320（页），最多不会超过：

90×4=360（页）

根据以上分析，可知这本书的页数在 321～360 页之间。知道总页数在这个范围之内，往下就不难想到什么数自身相乘，积在 321～360 之间。

因为 17×17=289，18×18=324，19×19=361，324 在 321～360 之间，所以只有每天读 18 页才符合题意，18 天看完，全书 324 页。

答：每天应该读 18 页。

*例 9 一个数是 5 个 2，3 个 3，2 个 5，1 个 7 的连乘积。这个数有许多约数是两位数。这些两位数的约数中，最大的是几？（适于六年级程度）

解：两位数按从大到小的顺序排列为：

99、98、97、96……11、10

以上两位数分解后，它的质因数只能是 2、3、5、7，并且在它的质因数分解中 2 的个数不超过 5，3 的个数不超过 3，5 的个数不超过 2，7 的个数不超过 1。

经尝试，99 不符合要求，因为它有质因数 11；98 的分解式中有两个 7，也不符合要求；质数 97 当然更不会符合要求。而，

96=2×2×2×2×2×3

所以在这些两位数的约数中，最大的是 96。

答略。

*例 10 从一个油罐里要称出 6 千克油来，但现在只有两个桶，一个能容 4 千克，另一个能容 9 千克。求怎样才能称出这 6 千克油？（适于六年级程度）

解：这道题单靠计算不行，我们尝试一些做法，看能不能把问题解决。

已知大桶可装 9 千克油，要称出 6 千克油，先把能容 9 千克油的桶倒满，再设法倒出 9 千克油中的 3 千克，为达到这一目的，我们应使小桶中正好有 1 千克油。

怎样才能使小桶里装 1 千克油呢？

（1）把能容 9 千克油的大桶倒满油。

（2）把大桶里的油往小桶里倒，倒满小桶，则大桶里剩 5 千克油，小桶里有 4 千克油。

（3）把小桶中的 4 千克油倒回油罐。

（4）把大桶中剩下的油再往小桶里倒，倒满小桶，则大桶里剩下 1 千克油。

（5）把小桶中现存的 4 千克油倒回油罐。此时油罐外，只有大桶里有 1 千克油。

（6）把大桶中的 1 千克油倒入小桶。

（7）往大桶倒满油。

（8）从大桶里往有 1 千克油的小桶里倒油，倒满。

（9）大桶里剩下 6 千克油。

三、列举法

解应用题时，为了解题的方便，把问题分为不重复、不遗漏的有限情况，一一列举出来加以分析、解决，最终达到解决整个问题的目的。这种分析、解决问题的方法叫做列举法。列举法也叫枚举法或穷举法。

用列举法解应用题时，往往把题中的条件以列表的形式排列起来，有时也要画图。

例 1 一本书共 100 页，在排页码时要用多少个数字是 6 的铅字？（适于三年级程度）

解：把个位是 6 和十位是 6 的数一个一个地列举出来，数一数。

个位是 6 的数字有：6、16、26、36、46、56、66、76、86、96，共 10 个。

十位是 6 的数字有：60、61、62、63、64、65、66、67、68、69，共 10 个。

10+10=20（个）

答：在排页码时要用 20 个数字是 6 的铅字。

*例 2 从 A 市到 B 市有 3 条路，从 B 市到 C 市有两条路。从 A 市经过 B 市到 C 市有几种走法？（适于三年级程度）

解：作图 3-1，然后把每一种走法一一列举出来。

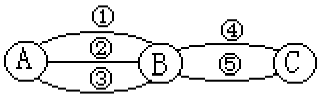


图 3-1

第一种走法：A ① B ④ C
第二种走法：A ① B ⑤ C
第三种走法：A ② B ④ C
第四种走法：A ② B ⑤ C
第五种走法：A ③ B ④ C
第六种走法：A ③ B ⑤ C

答：从 A 市经过 B 市到 C 市共有 6 种走法。

*例 3 9〇13〇7=100

14〇2〇5=□

把+、-、×、÷四种运算符号分别填在适当的圆圈中（每种运算符号只能用一次），并在长方形中填上适当的整数，使上面的两个等式都成立。这时长方形中的数是几？（适于四年级程度）

解：把+、-、×、÷四种运算符号填在四个圆圈里，有许多不同的填法，要是逐一讨论怎样填会特别麻烦。如果用些简单的推理，排除不可能的填法，就能使问题得到简捷的解答。

先看第一个式子：9〇13〇7=100

如果在两个圆圈内填上“÷”号，等式右端就要出现小于 100 的分数；如果在两个圆圈内仅填“+”、“-”号，等式右端得出的数也小于 100，所以在两个圆圈内不能同时填“÷”号，也不能同时填“+”、“-”号。

要是在等式的一个圆圈中填入“×”号，另一个圆圈中填入适当的符号

就容易使等式右端得出 100。9×13-7=117-7=110，未凑出 100。如果在两个圈中分别填入“ + ”和“ × ”号，就会凑出 100 了。

$$9+13\times7=100$$

再看第二个式子：14○2○5=$\boxed{\quad}$

上面已经用过四个运算符号中的两个，只剩下“ ÷ ”号和“ - ”号了。如果在第一个圆圈内填上“ ÷ ”号， 14÷2 得到整数，所以：

$$14\div2-5=2$$

即长方形中的数是 2。

*例 4　印刷工人在排印一本书的页码时共用 1890 个数码，这本书有多少页？（适于四年级程度）

解：（1）数码一共有 10 个：0、1、2……8、9。0 不能用于表示页码，所以页码是一位数的页有 9 页，用数码 9 个。

（2）页码是两位数的从第 10 页到第 99 页。因为 99-9=90，所以，页码是两位数的页有 90 页，用数码：

$$2\times90=180\text{（个）}$$

（3）还剩下的数码：

$$1890-9-180=1701\text{（个）}$$

（4）因为页码是三位数的页，每页用 3 个数码，100 页到 999 页，999-99=900，而剩下的 1701 个数码除以 3 时，商不足 600，即商小于 900。所以页码最高是 3 位数，不必考虑是 4 位数了。往下要看 1701 个数码可以排多少页。

$$1701\div3=567\text{（页）}$$

（5）这本书的页数：

$$9+90+567=666\text{（页）}$$

答略。

*例 5 用一根 80 厘米长的铁丝围成一个长方形，长和宽都要是 5 的倍数。哪一种方法围成的长方形面积最大？（适于四年级程度）

解：要知道哪种方法所围成的面积最大，应将符合条件的围法一一列举出来，然后加以比较。因为长方形的周长是 80 厘米，所以长与宽的和是 40 厘米。列表 3-1：

表 3-1

	1	2	3	4
长	35	30	25	20
宽	5	10	15	20

表 3-1 中，长、宽的数字都是 5 的倍数。因为题目要求的是哪一种围法的长方形面积最大，第四种围法围出的是正方形，所以第四种围法应舍去。

前三种围法的长方形面积

分别是：

$$35\times5=175\text{（平方厘米）}$$

$$30\times10=300\text{（平方厘米）}$$

25×15=375（平方厘米）

答：当长方形的长是 25 厘米，宽是 15 厘米时，长方形的面积最大。

例 6 如图 3-2，有三张卡片，每一张上写有一个数字 1、2、3，从中抽出一张、两张、三张，按任意次序排列起来，可以得到不同的一位数、两位数、三位数。请将其中的质数都写出来。（适于五年级程度）

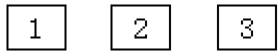


图 3-2

解：任意抽一张，可得到三个一位数：1、2、3，其中 2 和 3 是质数；

任意抽两张排列，一共可得到六个不同的两位数：12、13、21、23、31、32，其中 13、23 和 31 是质数；

三张卡片可排列成六个不同的三位数，但每个三位数数码的和都是 1+2+3=6，即它们都是 3 的倍数，所以都不是质数。

综上所说，所能得到的质数是 2、3、13、23、31，共五个。

*例 7 在一条笔直的公路上，每隔 10 千米建有一个粮站。一号粮站存有 10 吨粮食，2 号粮站存有 20 吨粮食，3 号粮站存有 30 吨粮食，4 号粮站是空的，5 号粮站存有 40 吨粮食。现在要把全部粮食集中放在一个粮站里，如果每吨 1 千米的运费是 0.5 元,那么粮食集中到第几号粮站所用的运费最少(图 3-3）？（适于五年级程度）

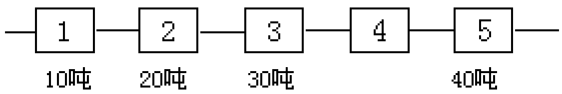


图 3-3

解：看图 3-3，可以断定粮食不能集中在 1 号和 2 号粮站。

下面将运到 3 号、4 号、5 号粮站时所用的运费一一列举，并比较。

（1）如果运到 3 号粮站，所用运费是：

0.5×10×（10+10）+0.5×20×10+0.5×40×（10+10）
=100+100+400
=600（元）

（2）如果运到 4 号粮站，所用运费是：

0.5×10×（10+10+10）+0.5×20×（10+10）+0.5×30×10+0.5×40×10
=150+200+150+200
=700（元）

（3）如果运到 5 号粮站，所用费用是：

0.5×10×（10+10+10+10）+0.5×20×（10+10+10）+0.5×30×（10+10）
=200+300+300
=800（元）

800＞700＞600

答：集中到第三号粮站所用运费最少。

*例 8 小明有 10 个 1 分硬币，5 个 2 分硬币，2 个 5 分硬币。要拿出 1 角钱买 1 支铅笔，问可以有几种拿法？用算式表达出来。（适于五年级程度）

解：（1）只拿出一种硬币的方法：

①全拿 1 分的：

$$1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=1（角）$$

②全拿 2 分的：

$$2+2+2+2+2=1（角）$$

③全拿 5 分的：

$$5+5=1（角）$$

只拿出一种硬币，有 3 种方法。

（2）只拿两种硬币的方法：

①拿 8 枚 1 分的，1 枚 2 分的：

$$1+1+1+1+1+1+1+1+2=1（角）$$

②拿 6 枚 1 分的，2 枚 2 分的：

$$1+1+1+1+1+1+2+2=1（角）$$

③拿 4 枚 1 分的，3 枚 2 分的：

$$1+1+1+1+2+2+2=1（角）$$

④拿 2 枚 1 分的，4 枚 2 分的：

$$1+1+2+2+2+2=1（角）$$

⑤拿 5 枚 1 分的，1 枚 5 分的：

$$1+1+1+1+1+5=1（角）$$

只拿出两种硬币，有 5 种方法。

（3）拿三种硬币的方法：

①拿 3 枚 1 分，1 枚 2 分，1 枚 5 分的：

$$1+1+1+2+5=1（角）$$

②拿 1 枚 1 分，2 枚 2 分，1 枚 5 分的：

$$1+2+2+5=1（角）$$

拿出三种硬币，有 2 种方法。

共有：

$$3+5+2=10（种）$$

答：共有 10 种拿法。

*例 9 甲、乙、丙、丁与小强五位同学一起比赛象棋，每两人都要比赛一盘。到现在为止，甲赛了 4 盘，乙赛了 3 盘，丙赛了 2 盘，丁赛了 1 盘。问小强赛了几盘？（适于五年级程度）

解：作表 3-2。

表 3-2

	甲	乙	丙	丁	强
甲	\				
乙	√	\			
丁	√	○	○	\	
强	√	√	○	○	\

甲已经赛了 4 盘，就是甲与乙、丙、丁、小强各赛了一盘，在甲与乙、

丙、丁、小强相交的那些格里都打上√；乙赛的盘数，就是除了与甲赛的那一盘，又与丙和小强各赛一盘，在乙与丙、小强相交的那两个格中都打上√；丙赛了两盘，就是丙与甲、乙各赛一盘，打上√；丁与甲赛的那一盘也打上√。

丁未与乙、丙、小强赛过，在丁与乙、丙与小强相交的格中都画上圈。

根据条件分析，填完表格以后，可明显地看出，小强与甲、乙各赛一盘，未与丙、丁赛，共赛 2 盘。

答：小强赛了 2 盘。

*例 10 商店出售饼干，现存 10 箱 5 千克重的，4 箱 2 千克重的，8 箱 1 千克重的，一位顾客要买 9 千克饼干，为了便于携带要求不开箱。营业员有多少种发货方式？（适于五年级程度）

解：作表 3-3 列举发货方式。

表 3-3

箱重	5 千克	2 千克	1 千克	方 法
所取的箱数	1	2	0	1
	1	1	2	2
	1	0	4	3
	0	1	7	4
	0	2	5	5
	0	3	3	6
	0	4	1	7

答：不开箱有 7 种发货方式。

*例 11 运输队有 30 辆汽车，按 1～30 的编号顺序横排停在院子里。第一次陆续开走的全部是单号车，以后几次都由余下的第一辆车开始隔一辆开走一辆。到第几次时汽车全部开走？最后开走的是第几号车？（适于五年级程度）

解：按题意画出表 3-4 列举各次哪些车开走。表 3-4

汽车编号	1、2、3、…… 29、30
第一次开走后剩下的	2、4、6、8、10、12、14、16、18、20、22、24、26、28、30
第二次开走后剩下的	4、8、12、16、20、24、28
第三次开走后剩下的	8、16、24
第四次开走后剩下的	16

从表 3-4 中看得出，第三次开走后剩下的是第 8 号、16 号、24 号车。按题意，第四次 8 号、24 号车开走。到第五次时汽车全部开走，最后开走的是

第 16 号车。

答：到第五次时汽车全部开走，最后开走的是第 16 号车。

*例 12 在甲、乙两个仓库存放大米，甲仓存 90 袋，乙仓存 50 袋，甲仓每次运出 12 袋，乙仓每次运出 4 袋。运出几次后，两仓库剩下大米的袋数相等？（适于五年级程度）

解：根据题意列表 3-5。表 3-5

	甲仓存的袋数	乙仓存的袋数
原来存	90	50
第一次运走后剩	78	46
第二次运走后剩	66	42
第三次运走后剩	54	38
第四次运走后剩	42	34
第五次运走后剩	30	30

从表 3-5 可以看出,原来甲乙两仓库所存大米相差 40 袋;第一次运走后，两仓剩下的大米相差 78-46=32（袋）；第二次运走后，两仓剩下的大米相差 66-42=24（袋）；第三次运走后，两仓剩下的大米相差 54-38=16（袋）；第四次运走后，两仓剩下的大米相差 42-34=8（袋）；第五次运走后，两仓剩下的大米袋数相等。

40-32=8

32-24=8

24-16=8

……

从这里可以看出，每运走一次，两仓库剩下大米袋数的相差数就减少 8 袋。由此可以看出，两仓库原存大米袋数的差，除以每次运出的袋数差就得出运几次后两个仓库剩下大米的袋数相等。

（90-50）÷（12-4）=5（次）

答：运出 5 次后两个仓库剩下大米的袋数相等。

*例 13 有三组小朋友共 72 人，第一次从第一组里把与第二组同样多的人数并入第二组；第二次从第二组里把与第三组同样多的人数并入第三组；第三次从第三组里把与第一组同样多的人数并入第一组。这时，三组的人数一样多。问原来各组有多少个小朋友？（适于五年级程度）

解：三个小组共 72 人，第三次并入后三个小组人数相等，都是 72÷3=24（人）。在这以前，即第三组未把与第一组同样多的人数并入第一组时，第一组应是 24÷2=12（人），第三组应是（24+12）=36（人），第二组人数仍为 24 人；在第二次第二组未把与第三组同样多的人数并入第三组之前，第三组应为 36÷2=18（人），第二组应为（24+18）=42（人），第一组人数仍是 12 人；在第一次第一组未把与第二组同样多的人数并入第二组之前，第二组的人数应为 42÷2=21（人），第一组人数应为 12+21=33（人），第三组应为 18 人。

这 33 人、21 人、18 人分别为第一、二、三组原有的人数，列表 3-6。

表 3-6

	第一组	第二组	第三组
第三次并入后	24	24	24
第二次并入后	12	24	36
第一次并入后	12	42	18
每组原有人数	33	21	18

答：第一、二、三组原有小朋友分别是 33 人、21 人、 18 人。

四、综合法

从已知数量与已知数量的关系入手，逐步分析已知数量与未知数量的关系，一直到求出未知数量的解题方法叫做综合法。

以综合法解应用题时，先选择两个已知数量，并通过这两个已知数量解出一个问题，然后将这个解出的问题作为一个新的已知条件，与其它已知条件配合，再解出一个问题……一直到解出应用题所求解的未知数量。

运用综合法解应用题时，应明确通过两个已知条件可以解决什么问题，然后才能从已知逐步推到未知，使问题得到解决。这种思考方法适用于已知条件比较少，数量关系比较简单的应用题。

例 1 甲、乙两个土建工程队共同挖一条长 300 米的水渠，4 天完成任务。甲队每天挖 40 米，乙队每天挖多少米？（适于三年级程度）

解：根据“甲、乙两个土建工程队共同挖一条长 300 米的水渠”和“4 天完成任务”这两个已知条件，可以求出甲乙两队每天共挖水渠多少米（图 4-1）。

300÷4=75（米）

根据“甲、乙两队每天共挖水渠 75 米”和“甲队每天挖 40 米”这两个条件，可以求出乙队每天挖多少米（图 4-1）。

75-40=35（米）

综合算式：

300÷4-40

=75-40

=35（米）

答：乙队每天挖 35 米。

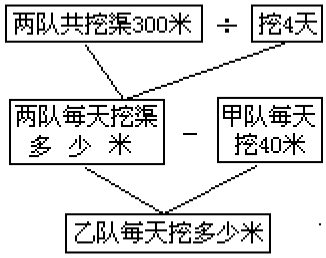


图 4-1

例 2 两个工人排一本 39500 字的书稿。甲每小时排 3500 字，乙每小时排 3000 字，两人合排 5 小时后，还有多少字没有排？（适于四年级程度）

解：根据甲每小时排 3500 字，乙每小时排 3000 字，可求出两人每小时排多少字（图 4-2）。

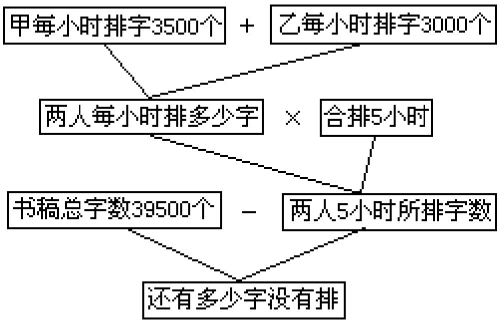


图 4-2

3500+3000=6500（字）

根据两个人每小时排 6500 字，两人合排 5 小时，可求出两人 5 小时已排多少字（图 4-2）。

6500×5=32500（字）

根据书稿是 39500 字，两人已排 32500 字，可求出还有多少字没有排（图 4-2）。

39500-32500=7000（字）

综合算式：

39500-（3500+3000）×5
=39500-6500×5
=39500-32500
=7000（字）

答略。

例 3 客车、货车同时由甲、乙两地出发，相向而行。客车每小时行 60 千米，货车每小时行 40 千米，5 小时后客车和货车相遇。求甲、乙两地之间的路程。（适于四年级程度）

解：根据“客车每小时行 60 千米”和“货车每小时行 40 千米”这两个条件，可求出两车一小时共行多少千米（图 4-3）。

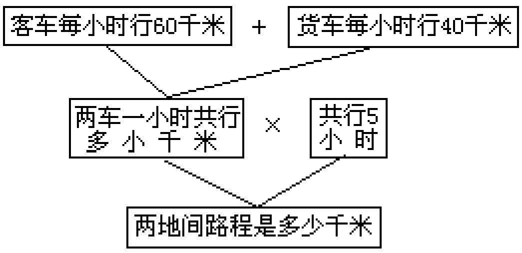


图 4-3

60+40=100（千米）

根据“两车一小时共行 100 千米”和两车 5 小时后相遇，便可求出甲、乙两地间的路程是多少千米（图 4-3）。

100×5=500（千米）

综合算式：

（60+40）×5
=100×5
=500（千米）

答：甲、乙两地间的路程是 500 千米。

例 4 一个服装厂计划做 660 套衣服，已经做了 5 天，平均每天做 75 套。剩下的要 3 天做完，问平均每天要做多少套？（适于四年级程度）

解：根据“已经做了 5 天，平均每天做 75 套”这两个条件可求出已做了多少套（图 4-4）。

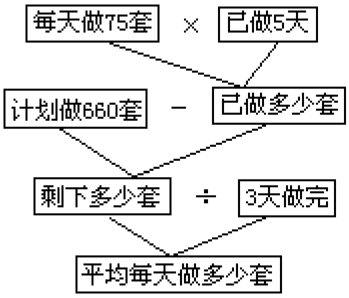


图 4-4

75×5=375（套）

根据“计划做 660 套”和“已经做了 375 套”这两个条件，可以求出还剩下多少套（图 4-4）。

660-375=285（套）

再根据“剩下 285 套”和“剩下的要 3 天做完”，便可求出平均每天要做多少套（图 4-4）。

285÷3=95（套）

综合算式：

（660-75×5）÷3

=285÷3

=95（套）

答略。

例 5 某装配车间，甲班有 20 人，平均每人每天可做 72 个零件；乙班有 24 人，平均每人每天可做 68 个零件。如果装一台机器需要 12 个零件，那么甲、乙两班每天生产的零件可以装多少台机器？（适于四年级程度）

解：根据“甲班有 20 人，平均每人每天可做 72 个零件”这两个条件可求出甲班一天生产多少个零件（图 4-5）。

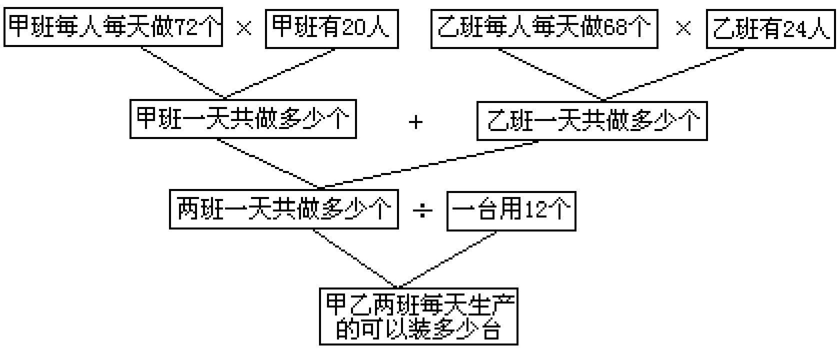


图 4-5

$$72\times20=1440$$（个）

根据“乙班有 24 人，平均每天每人可做 68 个零件”这两个条件可求出乙班一天生产多少个零件（图 4-5）。

$$68\times24=1632$$（个）

根据甲、乙两个班每天分别生产 1440 个、1632 个零件，可以求出甲、乙两个班一天共生产多少个零件（图 4-5）。

$$1440+1632=3072$$（个）

再根据两个班一天共做零件 3072 个和装一台机器需要 12 个零件这两条件，可求出两个班一天生产的零件可以装多少台机器。

$$3072\div12=256$$（台）

综合算式：

$$(72\times20+68\times24)\div12$$
$$=(1440+1632)\div12$$
$$=3072\div12$$
$$=256$$（台）

答略。

例 6 一个服装厂计划加工 2480 套服装，每天加工 100 套，工作 20 天后，每天多加工 20 套。提高工作效率后，还要加工多少天才能完成任务？（适于四年级程度）

解：根据每天加工 100 套，加工 20 天，可求出已经加工多少套（图 4-6）。

$$100\times20=2000$$（套）

根据计划加工 2480 套和加工了 2000 套，可求出还要加工多少套（图 4-6）。

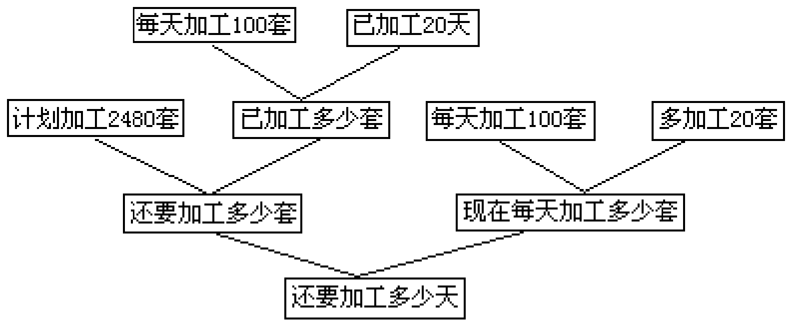


图 4-6

$$2480-2000=480$$（套）

根据原来每天加工 100 套，现在每天多加工 20 套，可求出现在每天加工多少套（图 4-6）。

$$100+20=120$$（套）

根据还要加工 480 套，现在每天加工 120 套，可求出还要加工多少天（图 4-6）。

$$480\div120=4$$（天）

综合算式：

$$(2480-100\times20)\div(100+20)$$
$$=480\div120$$
$$=4$$（天）

答略。

刚开始学习以综合法解应用题时，一定要画思路图，当对综合法的解题方法已经很熟悉时，就可以不再画思路图，而直接解答应用题了。

例7 有三桶油，第一桶重50千克，第二桶比第一桶重$\frac{1}{10}$，第三桶比第二桶轻$\frac{1}{10}$。问第三桶重多少千克？（适于六年级程度）

解：此题先后出现了两个标准量："第一桶的重量"和"第二桶的重量"。

从"第一桶重50千克，第二桶比第一桶重$\frac{1}{10}$"，可先求出第二桶的重量：

$$50 \times \left(1+\frac{1}{10}\right)=55\text{（千克）}$$

根据"第三桶比第二桶轻$\frac{1}{10}$"，可求出第三桶的重量：

$$55 \times \left(1-\frac{1}{10}\right)=49.5\text{（千克）}$$

综合算式：

$$50 \times \left(1+\frac{1}{10}\right) \times \left(1-\frac{1}{10}\right)$$

$$=55 \times \left(1-\frac{1}{10}\right)$$

$$=49.5\text{（千克）}$$

答略。

*例8 在甲、乙、丙三块地种高粱。乙块地比甲块地多产高粱$\frac{2}{13}$，丙块地比乙块地少产高粱$\frac{2}{7}$，丙块地产高粱450千克。问甲块地产高粱多少千克？（适于六年级程度）

解：此题先后出现两个标准量："甲块地产高粱的重量"和"乙块地产高粱的重量"。

将题中已知条件的顺序变更一下：丙块地产高粱450千克，丙块地比乙块地少产高粱$\frac{2}{7}$，乙块地比甲块地多产高粱$\frac{2}{13}$。

这样，便可用综合法解答。

根据"丙块地产高粱450千克，丙块地比乙块地少产高粱$\frac{2}{7}$"，这两个条件，可求出乙块地产高粱是：

$$450 \div \left(1-\frac{2}{7}\right)=630\text{（千克）}$$

（这里乙块地的产量是标准量1）

根据“乙块地的产量”和“乙块地比甲块地多产高粱$\frac{2}{13}$”这两个条件，可求出甲块地的产量是：

$$630 \div \left(1+\frac{2}{13}\right) = 546\text{（千克）}$$

（这里甲块地的产量是标准量 1）

综合算式：

$$450 \div \left(1-\frac{2}{7}\right) \div \left(1+\frac{2}{13}\right)$$

$$= 630 \div \frac{15}{13}$$

$$=546\text{（千克）}$$

答略。

五、分析法

从求解的问题出发，正确选择所需要的两个条件，依次推导，一直到问题得到解决的解题方法叫分析法。

用分析法解应用题时，如果解题所需要的两个条件，（或其中的一个条件）是未知的，就要分别求解找出这两个（或一个）条件，一直到所需要的条件都是已知的为止。

分析法适于解答数量关系比较复杂的应用题。

例 1 玩具厂计划每天生产 200 件玩具，已经生产了 6 天，共生产 1260 件。问平均每天超过计划多少件？（适于三年级程度）

解：这道题是求平均每天超过计划多少件。要求平均每天超过计划多少件，必须具备两个条件（图 5-1）：①实际每天生产多少件；②计划每天生产多少件。

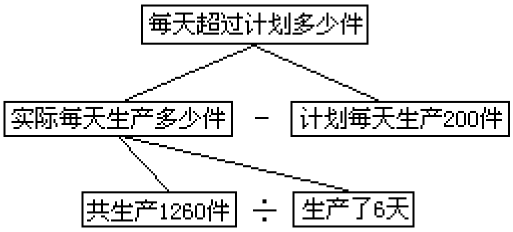


图 5-1

计划每天生产 200 件是已知条件。实际每天生产多少件，题中没有直接告诉，需要求出来。

要求实际每天生产多少件，必须具备两个条件（图 5-1）：①一共生产了多少件；②已经生产了多少天。这两个条件都是已知的：①一共生产了 1260 件；②已经生产了 6 天。

分析到这里，问题就得到解决了。

此题分步列式计算就是：

（1）实际每天生产多少件？

$$1260\div6=210\text{（件）}$$

（2）平均每天超过计划多少件？

$$210-200=10\text{（件）}$$

综合算式：

$$1260\div6-200$$
$$=210-200$$
$$=10\text{（件）}$$

答略。

例 2 四月上旬，甲车间制造了 257 个机器零件，乙车间制造的机器零件是甲车间的 2 倍。四月上旬两个车间共制造多少个机器零件？（适于三年级程度）

解：要求两个车间共制造多少个机器零件，必须具备两个条件（图 5-2）：①甲车间制造多少个零件；②乙车间制造多少个零件。已知甲车间制造 257

个零件，乙车间制造多少个零件未知。

下面需要把“乙车间制造多少个零件”作为一个问题，并找出解答这个问题所需要的两个条件。

这两个条件（图 5-2）是：①甲车间制造多少个零件；②乙车间制造的零件是甲车间的几倍。这两个条件都是已知的：①甲车间制造 257 个，乙车间制造的零件数是甲车间的 2 倍。

分析到此，问题就得到解决了。

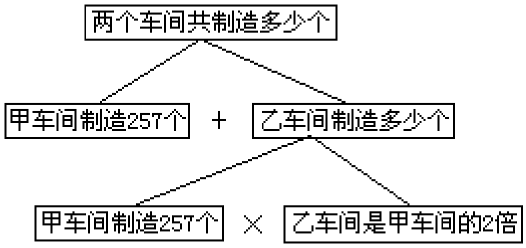


图 5-2

此题分步列式计算就是：

（1）乙车间制造零件多少个？

257×2=514（个）

（2）两个车间共制造零件多少个？

257+514=771（个）

综合算式：

257+257×2

=257+514

=771（个）

答略。

例 3 某车间要生产 180 个机器零件，已经工作了 3 天，平均每天生产 20 个。剩下的如果每天生产 30 个，还需要几天才能完成？（适于四年级程度）

解：要求还需要几天才能完成，必须具备两个条件（图 5-3）：①还剩下多少个零件；②每天生产多少个零件。在这两个条件中，每天生产 30 个零件是已知条件，还剩多少个零件未知。

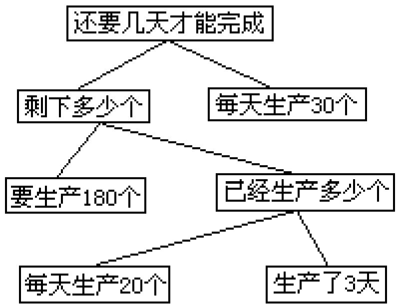


图 5-3

先把“还剩多少个零件”作为一个问题，并找出解答这个问题所需要的两个条件。

要算出还剩下多少个零件，必须具备的两个条件（图 5-3）是：①要生产多少个零件；②已经生产了多少个零件。要生产 180 个零件是已知条件，已经生产多少个零件未知。

然后把“已经生产多少个零件”作为一个问题，并找出解答这个问题所需要的两个条件。

要算出已生产多少个零件，必须知道的两个条件（图 5-3）是：①每天生产多少个零件；②生产了几天。这两个条件题中都已经给出：每天生产 20 个零件，生产了 3 天。

分析到此，问题就得到解决。

上面的思考过程，分步列式计算就是：

（1）已经生产了多少个零件？

$$20\times3=60（个）$$

（2）剩下多少个零件？

$$180-60=120（个）$$

（3）还要几天才能完成？

$$120\div30=4（天）$$

综合算式：

$$\begin{aligned}&(180-20\times3)\div30\\=&(180-60)\div30\\=&120\div30\\=&4（天）\end{aligned}$$

答略。

例 4 王明买了 24 本笔记本和 6 支铅笔，共花了 9.60 元钱。已知每支铅笔 0.08 元，每本笔记本多少钱？（适于五年级程度）

解：要算出每本笔记本多少钱，必须具备两个条件（图 5-4）：①买笔记本用了多少钱；②买了多少本笔记本。从题中已知买了 24 本笔记本，买笔记本用的钱数未知。

先把买笔记本用的钱数作为一个问题，并找出解答这个问题所需要的两个条件。

要算出买笔记本用多少钱，必须知道的两个条件（图 5-4）是：①买笔记本、铅笔共用多少钱；②买铅笔用多少钱。已知买笔记本、铅笔共用 9.60 元，买铅笔用去多少钱未知。

然后找出“买铅笔用多少钱”所需要的两个条件。

要算出买铅笔用多少钱，必须知道的两个条件（图 5-4）是：①买多少支铅笔；②每支铅笔多少钱。这两个条件在题中都是已知的：买 6 支铅笔，每支 0.08 元。

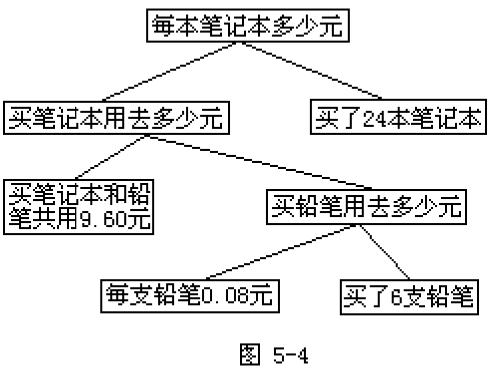


图 5-4

分析到此，问题就得到解决。

此题分步列式计算就是：

（1）买铅笔用去多少元？

$$0.08\times6=0.48\text{（元）}$$

（2）买笔记本用去多少元？

$$9.60-0.48=9.12\text{（元）}$$

（3）每本笔记本多少元？

$$9.12\div24=0.38\text{（元）}$$

列综合算式计算：

$$\begin{aligned}&(9.60-0.08\times6)\div24\\=&(9.60-0.48)\div24\\=&9.12\div24\\=&0.38\text{（元）}\end{aligned}$$

答：每本笔记本 0.38 元。

例 5 仓库里共有化肥 2520 袋，两辆车同时往外运，共运 30 次，每次甲车运 51 袋。每次甲车比乙车多运多少袋？（适于五年级程度）

解：求每次甲车比乙车多运多少袋，必须具备两个条件（图 5-5）：①甲车每次运多少袋；②乙车每次运多少袋。甲车每次运 51 袋已知，乙车每次运多少袋未知。

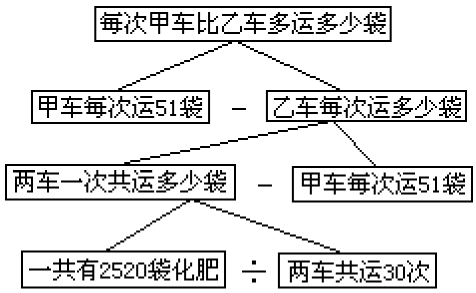


图 5-5

先找出解答“乙车每次运多少袋”所需要的两个条件。

要算出乙车每次运多少袋，必须具备两个条件（图 5-5）：①两车一次共运多少袋；②甲车一次运多少袋。甲车一次运 51 袋已知；两车一次共运多少袋是未知条件。

然后把“两车一次共运多少袋”作为一个问题，并找出解答这个问题所需要的两个条件。

要算出两车一次共运多少袋，必须具备两个条件（图 5-5）：①一共有多少袋化肥；②两车共运多少次。这两个条件都是已知的：共有 2520 袋化肥，两车共运 30 次。

分析到此，问题就得到解决。

此题分步列式计算就是：

①两车一次共运多少袋？

$$2520\div30=84\text{（袋）}$$

②乙车每次运多少袋？

$$84-51=33\text{（袋）}$$

③每次甲车比乙车多运多少袋？

$$51-33=18\text{（袋）}$$

综合算式：

$$51-(2520\div30-51)$$
$$=51-33$$
$$=18（袋）$$

答略。

*例 6 把 627.5 千克梨装在纸箱中，先装 7 箱，每箱装梨 20 千克，其余的梨每箱装 37.5 千克。这些梨共装多少箱？（适于五年级程度）

解：要算出共装多少箱，必须具备两个条件（图 5-6）：①先装多少箱。②后装多少箱。先装 7 箱已知，后装多少箱未知。

先把“后装多少箱”作为一个问题，并找出解答这个问题所需要的两个条件。

要算出后装多少箱，必须具备两个条件（图 5-6）：①后来一共要装多少千克；②后来每箱装多少千克。后来每箱装 37.5 千克已知，后来一共装多少千克未知。

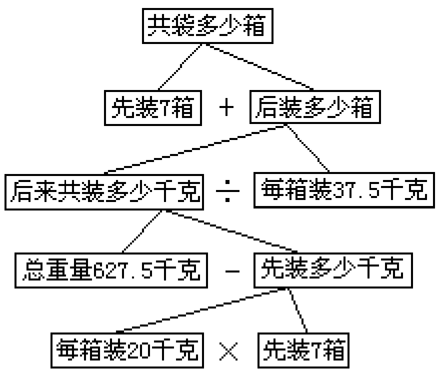


图 5-6

要把“后来一共要装多少千克”作为一个问题提出，并找出回答这一问题所需要的两个条件。要求后来一共要装多少千克，必须具备两个条件（图 5-6）：①梨的总重量；②先装了多少千克。梨的总重量是 627.5 千克已知的；先装了多少千克是未知的，要把它作为一个问题提出来，并找出回答这个问题所需要的两个条件。

这两个条件（图 5-6）是：①先装的每箱装梨多少千克；②装了多少箱。这两个条件都是已知的：先装的每箱装梨 20 千克，装了 7 箱。

分析到此，问题就得到解决了。

此题分步列式计算就是：

①先装多少千克？

$$20\times7=140（千克）$$

②后来共装多少千克？

$$627.5-140=487.5（千克）$$

③后来装了多少箱？

$$487.5\div37.5=13（箱）$$

④共装多少箱？

$$7+13=20（箱）$$

综合算式：

$$7+(627.5-20\times7)\div37.5$$

$=7+(627.5-140)\div37.5$

$=7+487.5\div37.5$

$=7+13$

$=20$（箱）

答略。

注意：开始学习用分析法解应用题时，一定要画思路图，当对分析法的解题方法已经很熟悉时，可不再画思路图，而直接分析解答应用题了。

*例7 某发电厂五月份用煤3200吨，比四月份节约了$\frac{1}{9}$，六月份又比五月份 节约了 15%。问六月份比四月份少用煤多少吨？（适于六年级程度）

解：此题中出现两个标准量："四月份的用煤量"和"五月份的用煤量"。四月份的用煤量和六月份的用煤量都与五月份的用煤量有直接联系。

要算出六月份比四月份少用煤多少吨，必须知道六月份、四月份各用煤多少吨。

要算出六月份用煤多少吨，必须知道两个条件：①五月份用煤多少吨；②六月份比五月份节约多少。这两个条件都是已知的。六月份用煤的吨数是：

$$3200\times(1-15\%)=2720\text{（吨）}$$

要算出四月份用煤多少吨，必须知道两个条件：①五月份用煤多少吨；②五月份比四月份节约多少。这两个条件都是已知的。四月份用煤的吨数是：

$$3200\div\left(1-\frac{1}{9}\right)=3600\text{（吨）}$$

知道了六月份、四月份用煤的吨数，就可以求出六月份比四月份少用煤多少吨。

$$3600-2720=880\text{（吨）}$$

综合算式：

$$3200\div\left(1-\frac{1}{9}\right)-3200\times(1-15\%)$$

$=3600-2720$

$=880$（吨）

答略。

六、分析-综合法

综合法和分析法是解应用题时常用的两种基本方法。在解比较复杂的应用题时，由于单纯用综合法或分析法时，思维会出现障碍，所以要把综合法和分析法结合起来使用。我们把分析法和综合法结合起来解应用题的方法叫做分析-综合法。

*例 1 运输队要把 600 吨化肥运到外地，计划每天运 22 吨。运了 15 天以后，剩下的化肥要在 10 天内运完。这样每天要比原计划多运多少吨？（适于五年级程度）

解：解此题要运用分析法和综合法去思考。

先用综合法思考。根据“原计划每天运 22 吨”和“运了 15 天”这两个条件，可以求出已经运出的吨数（图 6-1）。

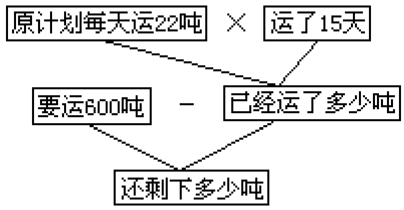


图 6-1

根据要“运 600 吨”和已经运出的吨数，可以求出剩下化肥的吨数（图 6-1）。

接下去要用哪两个数量求出什么数量呢？不好思考了。所以用综合法分析到这儿，接着要用分析法思考了。

要求“每天比原计划多运多少吨”，必须知道“后来每天运多少吨”和“原计划每天运多少吨”。“原计划每天运 22 吨”是已知条件，“后来每天运多少吨”不知道，这是此题的中间问题（图 6-2）。

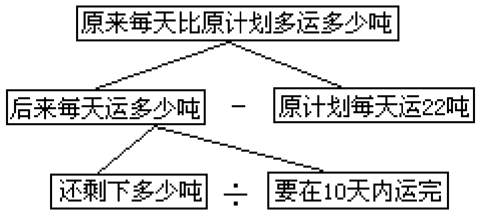


图 6-2

要知道“后来每天运多少吨”，必须知道“剩下多少吨”和“要在多少天内运完”。这两个条件中，第二个条件是已知的，“要在 10 天内运完”，“剩下多少吨”是未知的中间问题。

我们在前面用综合法分析这道题时，已经得到求剩下吨数的方法了。

所以本题分析到这里就可以解答了。

此题分步列式解答时，要从图 6-1 的上面往下看，接着从图 6-2 的下面往上看。

（1）已经运多少吨？

$$22\times15=330\text{（吨）}$$

（2）剩下多少吨？

$$600-330=270\text{（吨）}$$

（3）后来每天运多少吨？

270÷10=27 吨）

（4）每天比原计划多运多少吨？

27-22=5（吨）

综合算式：

（600-22×15）÷10-22
=（600-330）÷10-22
=270÷10-22
=27-22
=5（吨）

答略。

*例 2 某鞋厂原计划 30 天做皮鞋 13500 双，实际上每天比原计划多做 50 双。问这个鞋厂提前几天完成原计划的任务？（适于五年级程度）

解：解答此题一般要运用分析法和综合法去思考。

先用分析法思考。要算出提前几天完成计划，必须知道“原计划天数”和“实际做鞋数”（图 6-3）。“原计划天数”是 30

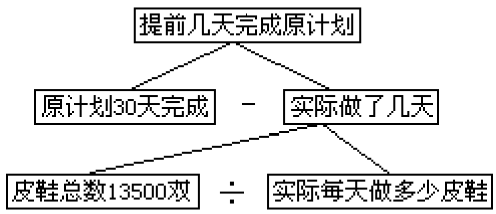


图 6-3

天，已经知道；“实际做鞋天数”不知道，是中间问题。

要知道“实际做鞋天数”必须知道“皮鞋总数”和“实际每天做的皮鞋数”（图 6-3）。

到此可以往下思考，要算出实际每天做的皮鞋数，必须具备哪两个条件？但有的人觉得这样思考时不顺当，思路会“卡壳”，这时就要换用综合法进行思考。

由“原计划 30 天做皮鞋 13500 双”，可求出“原计划每天做的皮鞋数”（图 6-4）。

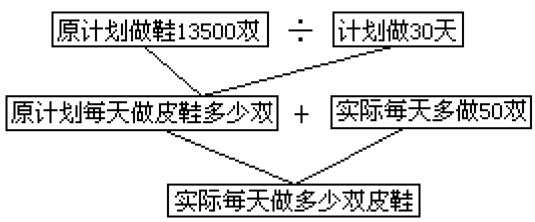


图 6-4

由“原计划每天做的皮鞋数”和“实际每天比原计划多做 50 双”，可用加法算出“实际每天做的皮鞋数”（图 6-4）。

分析到此，这道题的问题就得到解决了。此题用分步列式的方法计算时，得从图 6-4 的上面往下面推想，然后从图 6-3 的后面（下面）往前推想。

（1）看图 6-4 的思路图。通过把原计划做的 13500 双除以计划做的 30 天，可以得到原计划每天做多少双皮鞋。

13500÷30=450（双）

（2）在计划每天做的 450 双皮鞋上，加上实际每天多做的 50 双，得到实际每天做的皮鞋数。

450+50=500（双）

（3）接着看图 6-3 的思路图。从思路图的下面往上推想，皮鞋总数除以实际每天做的皮鞋数 500 双，得到实际制做的天数。

13500÷500=27（天）

（4）接着往上看，从原计划做的 30 天，减去实际做的天数 27 天，就得到提前完成计划的天数。

30-27=3（天）

把上面分步计算的算式综合为一个算式是：

30-13500÷（13500÷30+50）

=30-13500÷500

=30-27

=3（天）

答略。

*例 3 甲、乙两队同时开凿一条 2160 米长的隧道，甲队从一端起，每天开凿 20 米，乙队从另一端起，每天比甲队多开凿 5 米。两队在离中点多远的地方会合？（适于五年级程度）

解：看图 6-5。要求两队在离中点多远的地方会合，需要知道隧道的中点及会合点离一端的距离（分析法）。

每天 20 米每天比甲队多 5 米

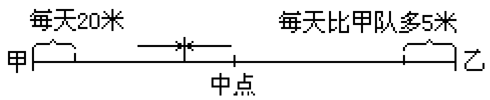


图 6-5

隧道全长 2160 米，中点到一端的距离可以通过 2160÷2 求得（综合法）。

要求出会合点（在甲队的一侧）距离甲队开凿点的距离，实际就是求甲队开凿的米数。要求甲队开凿的米数，就要知道甲队（或乙队）每天开凿的米数（已知）和开凿的天数（分析法）。甲队每天开凿 20 米已知，开凿的天数不知道。

要求出开凿的天数，需要知道隧道的全长（已知）和两队每天共开凿多少米（分析法）。

已知甲队每天开凿 20 米，乙队每天比甲队多开凿 5 米，这样可以求出乙队每天开凿多少米，从而求出甲、乙两队一天共开凿多少米（综合法）。

分析到此，这道题的问题就得到解决了。

此题用分步列式的方法计算时，还得从上面分析过程的后面往前推理。

（1）乙队每天开凿多少米？

20+5=25（米）

（2）甲乙两队一天共开凿多少米？

20+25=45（米）

（3）甲乙两队共同开凿这个隧道用多少天？

2160÷45=48（天）

（4）甲队开凿了多少米？（会合点与甲队开凿点的距离）

20×48=960（米）

（5）甲队到中点的距离是多少米？

2160÷2=1080（米）

（6）会合点与中点间的距离是多少米？

1080-960=120（米）

综合算式：

2160÷2-20×[2160÷（20+20+5）]

=1080-20×48

=1080-960

=120（米）

答略。

*例 4 某中队三个小队的少先队员采集树种。第一小队 8 名队员共采集 11.6 千克，第二小队 6 名队员比第一小队少采集 2.8 千克，第三小队 10 名队员采集的重量是第二小队的 $\frac{1}{2}$ 倍 。问三个小队平均每名队员采集多少千克？（适于五年级程度）

解：如果先用综合法分析，虽然已知数量间存在着一定的关系，但不容易选择出与所求数量有直接联系的数量关系。而用分析法分析，能立即找到与所求数量有直接联系的数量关系，找到解题所需要的数量后，再用综合法分析。

要求出三个小队平均每名队员采集多少千克，必需知道“三个小队共采集树种多少千克”和“全体队员的人数”（图 6-6）。

要求“三个小队共采集多少千克”，必须知道一、二、三这三个小队各采集多少千克；要求“全体队员人数”必须知道各小队的人数（图 6-6）。

三个小队的人数都已经知道，第一小队采集 11.6 千克也已知，只是第二、三小队各采集多少还不知道。

往下可用综合法得出二、三小队各采集多少千克（图 6-6）。

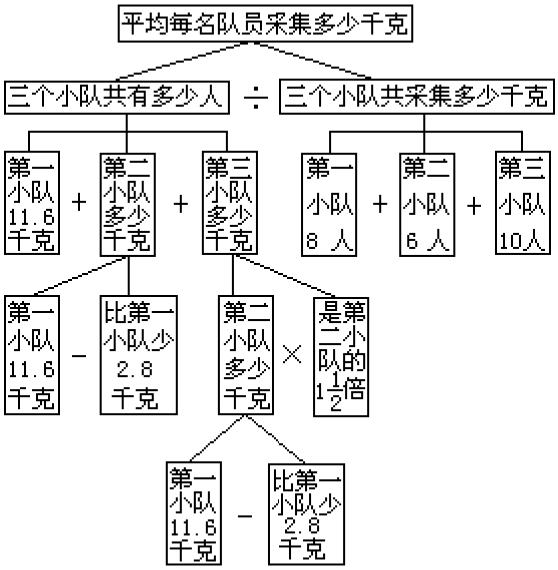


图 6-6

由“第一小队共采集 11.6 千克”和“第二小队比第一小队少采集 2.8 千克”，可求出第二小队采集多少千克；由“第二小队采集的重量”和“第三小队采集的重量是第二小队的$1\frac{1}{2}$倍”，可求出第三小队采集多少千克。

往下可由三个小队各采集多少千克之和，求出三个小队共采集多少千克；也可以由各小队的人数之和求出“全体队员的人数”。

到此本题就可以解出来了。

本题分步列式解答的方法是：

（1）第二小队采集多少千克？

$$11.6-2.8=8.8（千克）$$

（2）第三小队采集多少千克？

$$8.8\times1\frac{1}{2}=13.2（千克）$$

（3）三个小队共采集多少千克？

$$11.6+8.8+13.2=33.6（千克）$$

（4）三个小队有多少队员？

$$8+6+10=24（人）$$

（5）平均每人采集多少千克？

$$33.6\div24=1.4（千克）$$

综合算式：

$$[11.6+（11.6-2.8）+（11.6-2.8）\times1\frac{1}{2}]\div（8+6+10）$$
$$=[11.6+8.8+8.8\times1\frac{1}{2}]\div24$$
$$=[11.6+8.8+13.2]\div24$$
$$=33.6\div24$$
$$=1.4（千克）$$

答略。

*例 5 甲、乙两城之间的路程是 210 千米，慢车以每小时 40 千米的速度由甲城开往乙城，行车 15 分钟后，快车由乙城开往甲城，经过 2 小时两车相遇。这时快车开到甲城还需要多少小时？（适于六年级程度）

解：运用分析法和综合法，分析此题的思路是：

先用分析法来思考。要求出“快车开到甲城还需要多少小时”，必须知道两个条件（图 6-7）：①相遇地点到甲城的距离；②快车每小时行多少千米。这两个条件题目中都没给出，应把它们分别作为中间问题。

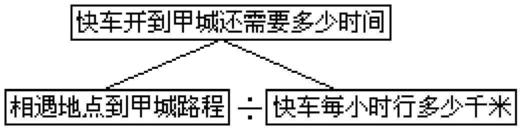


图 6-7

接着思考，要求相遇地点到甲城的路程必须具备哪两个条件？要求快车每小时行多少千米必须具备哪两个条件？……如果思路不“卡壳”，就一直思考下去，直到解答出所求问题。如果思路“卡壳”了，就改用综合法思考。另画一个思路图（图 6-8）。

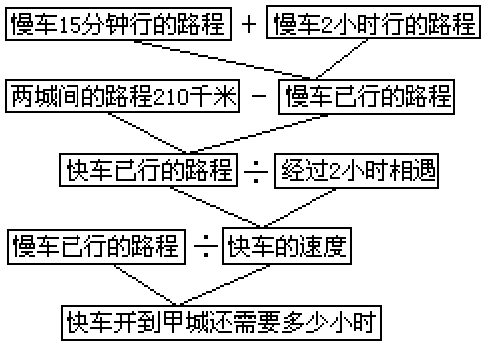


图 6-8

图 6-8 中慢车已行的路程，就是快车从相遇点到甲城的路程。这段路程是：

$$40\times\frac{1}{4}+40\times2=90\text{（千米）}$$

快车已行的路程是：

210-90=120（千米）

快车每小时所行的路程是：

120÷2=60（千米）

到此，我们可以把慢车走过的路程除以快车的速度，得到快车开到甲城还需要的时间是：

90÷60=1.5（小时）

综合算式：

$$\left(40\times\frac{1}{4}+40\times2\right)\div\left[\left(210-40\times\frac{1}{4}-40\times2\right)\div2\right]$$

$$=90\div60$$

$$=1.5\text{（小时）}$$

答略。

七、归一法

先求出单位数量（如单价、工效、单位面积的产量等），再以单位数量为标准，计算出所求数量的解题方法叫做归一法。

归一法分为一次直进归一法、一次逆反归一法、二次直进归一法、二次逆反归一法。

用归一法一般是解答整数、小数应用题，但也可以解答分数应用题。有些应用题用其它方法解答比较麻烦，不易懂，用归一法解则简单，容易懂。

（一）一次直进归一法

通过一步运算求出单位数量之后，再求出若干个单位数量和的解题方法叫做一次直进归一法。

1.解整数、小数应用题

例 1 某零件加工小组，5 天加工零件 1500 个。照这样计算，14 天加工零件多少个？（适于三年级程度）

解：（1）一天加工零件多少个？

$$1500\div5=300（个）$$

（2）14 天加工零件多少个？

$$300\times14=4200（个）$$

综合算式：

$$1500\div5\times14=4200（个）$$

答略。

此类型题是适宜用一次直进归一法解的基本题型，下面的题都在此类型题的基础上有所扩展。

例 2 用一台大型抽水机浇地，5 小时浇了 15 公顷。照这样计算，再浇 3 小时，这台抽水机比原来多浇多少公顷地？（适于三年级程度）

解：（1）一小时浇地多少公顷？

$$15\div5=3（公顷）$$

（2）3 小时浇地多少公顷？

$$3\times3=9（公顷）$$

综合算式：

$$15\div5\times3=9（公顷）$$

答略。

例 3 一辆汽车 3 小时行驶了 123.6 千米。照这样的速度，再行驶 4 小时，这辆汽车一共行驶了多少千米？（适于五年级程度）

解：（1）一小时行驶多少千米？

$$123.6\div3=41.2（千米）$$

（2）前后共行驶多少小时？

$$3+4=7（小时）$$

（3）一共行驶多少千米？

$$41.2\times7=288.4（千米）$$

综合算式：

$$123.6\div 3\times(3+4)$$
$$=41.2\times 7$$
$$=288.4\text{（千米）}$$

答略。

2.解分数应用题

例1 一辆汽车从甲地到乙地8小时行驶了全路程的$\frac{4}{7}$。照这样计算，这辆汽车再行驶几小时可以到达乙地？（适于六年级程度）

解：从“8小时行驶了全程的$\frac{4}{7}$”可知，题目把全路程平均分为7份，已经行驶了4份，还剩下全路程的7-4=3（份）。还可知，行驶4份用的时间是8小时。

（1）行驶1份用的时间是：

$$8\div 4=2\text{（小时）}$$

（2）行驶剩下的3份用的时间是：

$$2\times 3=6\text{（小时）}$$

答略。

例2 海丰林场五月份伐木240立方米，比六月份少伐$\frac{1}{6}$。海丰林场六月份伐木多少立方米？（适于六年级程度）

解：由“五月份伐木240立方米，比六月份少伐$\frac{1}{6}$”可知，六月份的伐木

数量是单位“1”。把六月份的伐木数量平均分成6份，五月份的伐木数量就相当于六月份伐木数量的5份。

（1）一份木材是多少立方米？

$$240\div 5=48\text{（立方米）}$$

（2）因为六月份比五月份多伐一份，所以六月份的伐木数量是：

$$240+48=288\text{（立方米）}$$

答略。

例3 南山养兔场养黑、白、灰三种颜色的兔子。其中$\frac{3}{5}$是黑兔，$\frac{1}{4}$是白兔，其余的是灰兔。已知黑兔比白兔多21只。求灰兔有多少只？（适于六年级程度）

解：先把$\frac{3}{5}$和$\frac{1}{4}$通分：

$$\frac{3}{5}=\frac{12}{20}\qquad \frac{1}{4}=\frac{5}{20}$$

由通分后的$\frac{12}{20}$和$\frac{5}{20}$可以看出，把全部的兔子平均分成20份，黑兔占12份，白兔占5份，则灰兔占20-12-5=3（份）。

（1）黑兔比白兔多 21 只，这 21 只所对应的份数是：

12-5=7（份）

（2）每一份的只数是：

21÷7=3（只）

（3）灰兔的只数是：

3×3=9（只）

答略。

例4 仓库里原有红糖和白糖共630千克，其中红糖占$\frac{1}{5}$。后来运进一些红糖后，红糖占两种糖总重量的$\frac{3}{10}$。求后来运进红糖多少千克？（适于六年级程度）

解：由原来“红糖占$\frac{1}{5}$”可知，把630千克糖平均分成5份，红糖占1份，白糖占4份；由“后来运进一些红糖后，红糖占两种糖总重量的$\frac{3}{10}$”可知，运进一些红糖后，把两种糖的总重量平均分成 10 份，红糖占 3 份，白糖占 7 份。把上面的数量用表 7-1 表示。

表 7-1

	原有重量（千克）	份数	运来红糖后的份数
红糖和白糖	630	5	10
红　　糖		1	3
白　　糖		4	7

（1）白糖的重量是：

630÷5×4=504（千克）

（2）运来红糖后两种糖的总重量是：

504÷7×10=720（千克）

（3）运来的红糖是：

720-630=90（千克）

答略。

（二）一次逆转归一法

通过一步计算求出单位数量，再求总数量里包含多少个单位数量的解题方法，叫做一次逆转归一法。

例 1 一列火车 6 小时行驶 390 千米。照这样的速度，要行驶 1300 千米的路程，需要多少小时？（适于三年级程度）

解：（1）一小时行驶多少千米？

390÷6=65（千米）

（2）行驶 1300 千米需要多少小时？

1300÷65=20（小时）

综合算式：

1300÷（390÷6）
=1300÷65
=20（小时）

答略。

此题是一次逆转归一的基本题，下面的题都在此题的基础上有所扩展。

例 2 某人骑自行车从甲地到乙地，2 小时行了 26 千米，剩下的路程是 52 千米。按照这样的速度，此人从甲地到乙地要行几小时？（适于四年级程度）

解：（1）一小时行多少千米？

26÷2=13（千米）

（2）行驶 52 千米用几小时？

52÷13=4（小时）

（3）从甲地到乙地要行几小时？

2+4=6（小时）

综合算式：

2+52÷（26÷2）
=2+52÷13
=2+4
=6（小时）

答略。

例 3 学校买来 135 米塑料绳，先剪下 9 米做了 5 根跳绳。照这样计算，剩下的塑料绳可以做多少根跳绳？（适于五年级程度）

解：（1）一根跳绳有多少米？

9÷5=1.8（米）

（2）剩下的塑料绳有多少米？

135-9=126（米）

（3）剩下的绳子可以做多少根跳绳？

126÷1.8=70（根）

综合算式：

（135-9）÷（9÷5）
=126÷1.8
=70（根）

答略。

（三）二次直进归一法

通过两步计算求出单位数量，再求若干个单位数量和的解题方法叫做二次直进归一法。

*例 1 4 辆同样的卡车 7 次运货物 224 吨。照这样计算，9 辆同样的卡车 10 次可以运货物多少吨？（适于五年级程度）

解：摘录整理题中的条件，排列成表 7-2。

（1）4 辆卡车一次运货多少吨？

224÷7=32（吨）

（2）一辆卡车一次运货多少吨？

32÷4=8（吨）

（3）9 辆卡车一次运货多少吨？

8×9=72（吨）

表 7-2

辆	次	吨
4	7	224
9	10	x

（4）9 辆卡车 10 次运货多少吨？

72×10=720（吨）

综合算式：

224÷7÷4×9×10
=8×9×10
=720（吨）

答略。

此题是二次直进归一的基本题，下面的题在此基础上都有所变化。

*例 2 某水库上游有农田需抽水浇地，抽水站七月上旬用一台柴油机从水库抽水，用去库存柴油的$\frac{1}{5}$，油库剩下柴油200千克。估计七月中、下旬农田用水量要增加，这个抽水站准备同时用 4 台柴油机抽水。这个抽水站最少还应准备多少千克柴油？（适于五年级程度）

解：摘录整理题中条件，排列成表 7-3。

（1）因为剩下的200千克柴油是库存柴油的$\frac{4}{5}$，也就是库存柴油被平均分成 5 份中的 4 份，所以 5 份中的 1 份是：

200÷4=50（千克）

表 7-3

台数	天数	用油（千克）
1	10	200 ÷ 4
4	21	x

（2）一台柴油机一天用油多少千克？

50÷10=5（千克）

（3）4 台柴油机 21 天用油多少千克？

5×4×21=420（千克）

（4）还应准备柴油多少千克？

420-200=220（千克）

综合算式：

200÷4÷10×4×21-200
=5×4×21-200
=420-200
=220（千克）

答略。

*例 3 冬天，有 12 头牛 3 天吃干草 720 千克。牵走 3 头牛后，有 720 千克干草要给剩下的牛吃 4 天，干草是不是够用？（适于五年级程度）

解：摘录整理题中条件，排列成表 7-4。

（1）1 头牛 1 天吃干草多少千克？

720÷12÷3=20（千克）

（2）牵走 3 头牛后，剩下几头牛？

12-3=9（头）

表 7-4

牛（头）	天	草（千克）
12	3	720
12-3	4	x

（3）9 头牛 4 天吃干草多少千克？

20×9×4=720（千克）

综合算式：

720÷12÷3×（12-3）×4

=20×9×4

=720（千克）

答：720 千克干草正好够用。

*例 4 用手工剪羊毛，第一天 4 人 6 小时剪羊毛 120 千克。第二天增加了同样能干的 3 个人，还是工作 6 小时。问两天一共剪羊毛多少千克？（适于五年级程度）

解：摘录整理题中条件，排列成表 7-5。

（1）1 人 1 小时剪羊毛多少千克？

120÷4÷6=5（千克）

（2）增加 3 个人后共有多少个人？

4+3=7（人）

表 7-5

人	小时	羊毛（千克）
4	6	120
4+3	6	x

（3）7 个人 6 小时剪多少千克羊毛？

5×7×6=210（千克）

（4）两天一共剪多少千克羊毛？

120+210=330（千克）

综合算式：

120+120÷4÷6×（4+3）×6

=120+5×7×6

=120+210

=330（千克）

答略。

（四）二次逆转归一法

通过两步计算，求出单位数量之后，再求出总数量里包含多少个单位数量的解题方法，叫做二次逆转归一法。

*例 1 3 台拖拉机 8 小时耕地 4.8 公顷。照这样计算，9 公顷地，用 5 台拖拉机耕，需要多少小时？（适于五年级程度）

解：摘录整理题中条件，排列成表 7-6。

（1）1 台拖拉机 1 小时耕地多少公顷？

4.8÷3÷8=0.2（公顷）

（2）5 台拖拉机耕 9 公顷土地用多少小时？

表 7-6

台	小时	公顷
3	8	4.8
5	x	9

9÷5÷0.2=9（小时）

综合算式：

9÷5÷（4.8÷3÷8）

=9÷5÷0.2

=9（小时）

答略。

此题是适于用二次逆转归一法解的基本题，下面的题在此基础上都有所扩展。

*例 2 7 名工人 10 小时生产机器零件 420 个。在缺席 2 名工人的情况下，要生产 330 个机器零件，要用多少小时？（适于五年级程度）

解：摘录整理题中条件，排列出表 7-7。

（1）1 名工人 1 小时生产多少个机器零件？

表 7-7

名	小时	个
7	10	420
7-2	x	330

420÷7÷10=6（个）

（2）缺席 2 名工人，剩下多少名工人？

7-2=5（名）

（3）5 名工人生产 330 个机器零件要用多少小时？

330÷5÷6=11（小时）

综合算式：

330÷（7-2）÷（420÷7÷10）

=330÷5÷6

=11（小时）

答略。

*例 3 有 900 立方米的土，需要 25 人 12 天挖完。如果增加 5 人，可以提前几天挖完？（适于五年级程度）

解：摘录整理题中条件，排列成表 7-8。

设提前 x 天挖完，则实际完成的天数是（12-x）天。

表 7-8

人	天	方
25	12	900
25+5	12-x	900

（1）原来 1 人 1 天挖土多少立方米？

900÷12÷25=3（立方米）

（2）增加 5 人后共有多少人？

25+5=30（人）

（3）30 人多少天挖完？

900÷30÷3=10（天）

（4）可以提前几天挖完？

12-10=2（天）

综合算式：

12-9000÷（25+5）÷（900÷25÷12）

=12-900÷30÷3

=12-10

=2（天）

答略。

八、归总法

已知单位数量和单位数量的个数，先求出总数量，再按另一个单位数量或单位数量的个数求未知数量的解题方法叫做归总法。

解答这类问题的基本方法是：

总数量=单位数量×单位数量的个数；

另一单位数量（或个数）=总数量÷单位数量的个数（或单位数量）。

例 1 李明从学校步行回家，每小时走 4 千米，5 小时到家。如果他每小时走 5 千米，几小时到家？（适于三年级程度）

解：要求每小时走 5 千米，几小时到家，要先求出学校到家有多远，再求几小时到家。因此，

$$
\begin{aligned}
&4\times5\div5\\
&=20\div5\\
&=4\text{（小时）}
\end{aligned}
$$

答：如果他每小时走 5 千米，4 小时到家。

例 2 王明看一本故事书，计划每天看 15 页，20 天看完。如果要在 12 天看完，平均每天要看多少页？（适于三年级程度）

解：要求 12 天看完，平均每天看多少页，必须先求出这本故事书一共有多少页，再求平均每天看多少页。因此，

$$
\begin{aligned}
&15\times20\div12\\
&=300\div12\\
&=25\text{（页）}
\end{aligned}
$$

答：如果要在 12 天看完，平均每天要看 25 页。

例 3 某工厂制造一批手扶拖拉机，原计划每天制造 6 台，30 天完成。实际上只用了一半的时间就完成了任务。实际每天制造多少台？（适于四年级程度）

解：原来时间的一半就是 30 天的一半。

$$
\begin{aligned}
&6\times30\div(30\div2)\\
&=180\div15\\
&=12\text{（台）}
\end{aligned}
$$

答：实际每天制造 12 台。

例 4 永丰化肥厂要生产一批化肥，计划每天生产 45 吨，24 天可以完成任务。由于改进生产技术，提高了工作效率，平均每天比原计划多生产 15 吨。实际几天完成任务？（适于四年级程度）

解：计划生产的这批化肥是：

$$45\times24=1080\text{（吨）}$$

改进生产技术后每天生产：

$$45+15=60\text{（吨）}$$

实际完成任务的天数是：

$$1080\div60=18\text{（天）}$$

综合算式：

$$45\times24\div(45+15)$$
$$=45\times24\div60$$
$$=1080\div60$$
$$=18（天）$$

答：实际 18 天完成任务。

例 5 有一批化肥，用每辆载重 6 吨的汽车 4 辆运送 25 次可以运完。如果改用每辆载重 8 吨的汽车 5 辆，几次能够运完这批化肥？（适于五年级程度）

解：这批化肥的重量是：

$$6\times4\times25=600（吨）$$

5 辆载重 8 吨的汽车一次运：

$$8\times5=40（吨）$$

能够运完的次数是：

$$600\div40=15（次）$$

综合算式：

$$6\times4\times25\div(8\times5)$$
$$=600\div40$$
$$=15（次）$$

答：15 次能够运完。

例 6 一项工程，20 人每天工作 8 小时，30 天可以完成。现在改用 40 人，每天工作 10 小时，现在几天可以完成？（适于五年级程度）

解：完成这项工程共用工时：

$$8\times20\times30=4800（个）$$

现在每天完成工时：

$$10\times40=400（个）$$

可以完成的天数是：

$$4800\div400=12（天）$$

综合算式：

$$8\times20\times30\div(10\times40)$$
$$=4800\div400$$
$$=12（天）$$

答略。

例 7 印一本书，原计划印 270 页，每页排 24 行，每行排 30 个字。因为要节约用纸，现在改为每页排 30 行，每行排 36 个字。这本书要印多少页？（适于五年级程度）

解：原计划要印的总字数：

$$30\times24\times270=194400（个）$$

改排后每页排字：

$$36\times30=1080（个）$$

这本书要印的页数是：

194400÷1080=180（页）

综合算式：

30×24×270÷（36×30）

=194400÷1080

=180（页）

答：这本书要印 180 页。

*例 8 服装厂加工一批童装，原计划每天加工 210 套，7 天完成。实际上每天加工的童装比原计划多 $\frac{2}{5}$。实际上只需多少天能完成这批童装的加工任务？（适于六年级程度）

解：实际上每天加工童装：

$$210\times\left(1+\frac{2}{5}\right)$$

$$=210\times\frac{7}{5}$$

$$=294$$（套）

这批童装的总套数是：

210×7=1470（套）

实际需要天数是：

1470÷294=5（天）

综合算式：

$$210\times7\div\left[210\times\left(1+\frac{2}{5}\right)\right]$$

$$=1470\div\left[210\times\frac{7}{5}\right]$$

=1470÷294

=5（天）

答 略。

例 9 工厂有一批煤，原计划每天烧 6 吨，可以烧 70 天，技术革新后，每天节约 1.8 吨。照这样计算，这批煤可以多烧多少天？（适于五年级程度）

解：这批煤的总吨数是：

6×70=420（吨）

现在每天烧的吨数是：

6-1.8=4.2（吨）

现在能烧的天数是：

420÷4.2=100（天）

可多烧的天数是：

100-70=30（天）

综合算式：

6×70÷（6-1.8）-70

=420÷4.2-70

=100-70

=30（天）

答略。

例 10 挖一条水渠，原计划每天挖土 135 立方米，20 天挖完。实际上每天多挖了 45 立方米。这样可以提前几天完成任务？（适于五年级程度）

解：挖土的总任务是：

135×20=2700（立方米）

实际上每天的挖土量是：

135+45=180（立方米）

实际上只需要的天数是：

2700÷180=15（天）

提前完成任务的天数是：

20-15=5（天）

综合算式：

20-[135×20÷（135+45）]

=20-[2700÷180]

=20-15

=5（天）

答略。

*例 11 一堆煤，原计划每天运 75 吨，20 天可以运完。运了 2 天后，每天运的吨数比原来增加$\frac{1}{3}$。这样可以提前几天完成任务？（适于六年级程度）

解：这批煤总吨数是：

75×20=1500（吨）

运 2 天后，剩下的吨数是：

1500-75×2=1350（吨）

现在每天运的吨数是：

$75\times\left(1+\frac{1}{3}\right)=100$（吨）

还需要运的天数是：

1350÷100=13.5（天）

提前完成任务的天数是：

20-2-13.5=4.5（天）

综合算式：

$20-2-(75\times20-75\times2)\div[75\times\left(1+\frac{1}{3}\right)]$

=18-1350÷100

=18-13.5

=4.5（天）

答略。

九、分解法

修理工人要掌握一台机器的构造和性能，有一个好办法：把机器拆开，对一个一个零件进行研究，然后再装配起来。经过这样拆拆装装，就能够熟悉机器的构造和性能了，这是日常生活中常见的现象。我们可以从中发现“由整体到部分，由部分到整体”的认识事物的规律。分析应用题也要用到这种方法。

一道多步复杂的应用题是由几道一步的基本应用题组成的。在分析应用题时，可把一道复杂的应用题先拆成几道基本应用题，从中找到解题的线索。我们把这种解题的思考方法称为分解法。

例 1 工厂运来一批煤，原计划每天烧 5 吨，可以烧 12 天。现在改进烧煤技术后，每天比原计划节约 1 吨。现在这批煤可以烧几天？（适于四年级程度）

解：这道题看上去很复杂，可以把它拆成三道一步计算的应用题。

（1）工厂运来一批煤，原计划每天烧 5 吨，可以烧 12 天，这批煤有多少吨？（60 吨）

（2）原计划每天烧 5 吨，现在改进烧煤技术后，每天比原计划节约 1 吨。现在每天烧煤多少吨？（4 吨）

（3）工厂运来一批煤重 60 吨，现在改进烧煤技术每天烧 4 吨，现在这批煤可以烧多少天？

以上三道一步计算的应用题拼起来就是例 1。经过这样拆拆拼拼，这道复杂应用题的来龙去脉就弄清楚了。根据这三道一步应用题的解题线索，问题便可得到解决。

分步列式计算：

（1）这批煤的重量是：

5×12=60（吨）

（2）现在每天烧煤的吨数是：

5-1=4（吨）

（3）现在这批煤可以烧的天数是：

60÷4=15（天）

综合算式：

5×12÷（5-1）

=60÷4

=15（天）

答略。

例 2 胜利小学要挖一个长方形的沙坑，长 4 米、宽 2 米、深 0.45 米，按每人每小时挖土 0.2 方计算，应组织多少人才能用 1 小时完成任务？（适于五年级程度）

解：这道题是由两道小题组成，一道是已知长、宽、深，求长方体沙坑的体积，一道是已知总共要挖的土方和每人每小时可挖的土方，求人数。把它分解成两道题来算，就不难了。

要挖土方：

4×2×0.45=3.6（方）

所需人数：

3.6÷0.2=18（人）

综合算式：

4×2×0.45÷0.2
=3.6÷0.2
=18（人）

答：需要组织 18 人。

*例 3 东山村播种 1600 亩小麦，原计划用 5 台播种机，每台播种机每天播种 20 亩。实际播种时调来 8 台播种机。这样比原计划提前几天完成？(适于五年级程度)

解：把此题拆成四道基本应用题。

（1）原计划每天每台播种 20 亩，5 台播种机一天播种多少亩？

20×5=100（亩）

（2）每天播种 100 亩，播种 1600 亩要多少天？

1600÷100=16（天）

（3）每天每台播种 20 亩，8 台播种机播种 1600 亩需要多少天？

1600÷（20×8）=10（天）

（4）比原计划提前几天完成？

16-10=6（天）

综合算式：

1600÷（20×5）-16000÷（20×8）
=1600÷100-1600÷160
=16-10
=6（天）

答略。

*例 4 一辆汽车从甲城经过乙城到达丙城，共用了 36 小时。已知甲城到乙城的路程是 640 千米，汽车以每小时 32 千米的速度行驶。其余路程汽车以每小时 27 千米的速度行驶。求甲城到丙城的路程是多少千米？（适于五年级程度）

解：可以把这道题分解成四道基本应用题。

（1）甲城到乙城的路程是 640 千米，这辆汽车以每小时 32 千米的速度行驶，要行驶多少小时？

640÷32=20（小时）

(2)从甲城经过乙城到达丙城行驶 36 小时,从甲城到乙城行驶 20 小时，乙城到丙城需要行驶多少小时？

36-20=16（小时）

（3）从乙城到丙城以每小时 27 千米的速度行驶，用了 16 小时，所行的路程是多少千米？

27×16=432（千米）

（4）甲城到乙城的路程是 640 千米，乙城到丙城的路程是 432 千米，甲城到丙城的路程有多少千米？

640+432=1072（千米）

综合算式：

640+27×（36-640÷32）

=640+27×16

=640+432

=1072（千米）

答略。

*例 5 16 人 3 天平整土地 67.2 亩。如果每人每天工作效率提高 25%，20 人平整 280 亩土地需要多少天？（适于六年级程度）

解：（1）16 人 3 天平整土地 67.2 亩，每人每天平均平整土地多少亩？

67.2÷16+3=1.4（亩）

（2）每人每天平整土地 1.4 亩，工作效率提高 25%后，每人每天平整土地多少亩？

1.4×（1+25%）=1.75（亩）

（3）工作效率提高后，每人每天平整土地 1.75 亩，20 人每天平整土地多少亩？

1.75×20=35（亩）

（4）20 人每天平整土地 35 亩，280 亩土地需要平整多少天？

280÷35=8（天）

综合算式：

280÷[67.2÷16÷3×（1+25%）×20）]

=280÷[1.4×1.25×20]

=280÷35

=8（天）

答略。

*例 6 某车间加工1200个零件，用 9天完成了这批零件的$\frac{3}{8}$，余下的限 10 天完成。每天必须比以前多加工多少个零件？（适于六年级程度）

解：把这道题拆成下面的五道基本应用题：

（1）某车间要加工1200个零件，已经加工了它的$\frac{3}{8}$，加工了多少个？

$1200\times\frac{3}{8}=450$（个）

（2） 9 天加工了 450 个零件，平均每天加工多少个？

450÷9=50（个）

（3）要加工 1200 个零件，已经加工了 450 个，还剩多少个？

1200-450=750（个）

（4）要在 10 天内加工剩下的 750 个零件，每天平均加工多少个？

750÷10=75（个）

（5）现在平均每天加工 75 个，以前平均每天加工 50 个，现在比以前平

均每天多加工多少个？

75-50=25（个）

综合算式：

$$1200\times\left(1-\frac{3}{8}\right)\div10-1200\times\frac{3}{8}\div9$$

=750÷10-450÷9

=75-50

=25（个）

答：现在比以前平均每天多加工 25 个。

*例 7 快、中、慢三辆车从同一地点出发，沿着同一条公路追赶前面的一个骑车人。这三辆车分别用 6 分钟、10 分钟、12 分钟追上骑车人。现在知道快车每小时行驶 24 千米，中车每小时行驶 20 千米。慢车每小时行驶多少千米？（适于六年级程度）

解：已知慢车 12 分钟追上骑车人，先求出三辆车出发时与骑车人的距离和骑车人的速度，便可按追及问题来解题。因此，这个问题分解成下面的六道比较简单的应用题来解（图 9-1）。

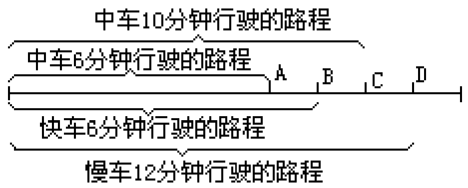


图 9-1

（1）已知快车、中车每小时分别行驶 24 千米、20 千米，它们 6 分钟各行驶多少千米？

快车行驶：

$$24\times\frac{1}{10}=2.4\text{（千米）}$$

中车行驶：

$$20\times\frac{1}{10}=2\text{（千米）}$$

（2）快车在距出发点 2.4 千米的 B 处追上了骑车人，中车已行驶到了距出发点 2 千米的 A 处，这时中车与骑车人相距多少千米？

2.4-2=0.4（千米）

（3）中车 10 分钟追上骑车人，中车到 A 处已走了 6 分钟，还需几分钟才能追上骑车人？

10-6=4（分钟）

（4）中车与骑车人相距 0.4 千米，中车每小时行驶 20 千米，同时出发，中车 4 分钟追上骑车人，骑车人每小时行多少千米？

因为在追及问题中，速度差×时间=距离，设骑车人的速度是每小时行 v 千米，则得：

$$(20-v)\times\frac{1}{15}=0.4$$

$$v=20-0.4\times\frac{15}{1}$$

$$=20-6$$

$$=14$$

（5）快车与骑车人同时出发，快车与骑车人每小时分别行 24 千米、14 千米，骑车人在前，快车在后，6 分钟快车追上骑车人，出发时快车与骑车人相距多少千米？

$(24-14)\times\frac{1}{10}=1$ **（千米）**

（6）慢车与骑车人相距 1 千米，它们同时出发，向同一个方向行驶，骑车人每小时行 14 千米，慢车 12 分钟追上骑车人，慢车每小时行驶多少千米？

因为在追及问题中，速度差×时间=距离，设慢车每小时行 v_1 千米，则

$$(v_1-14)\times\frac{1}{5}=1$$

得， $v_1-14=1\div\frac{1}{5}$

$$v_1=1\times\frac{5}{1}+14$$

=5+14

=19（千米）

（此题列综合算式很复杂，这里不再列出。）

答略。

十、分组法

在日常生活和生产中，有些事物的数量是按照一定的规律，一组一组有秩序地出现的。只要能看出哪些数量是同一组的，并计算出总数量中包含有多少个这样的同一组的数量，就便于计算出这一组数量中的每一种物品各是多少个，从而解答出应用题。这种解答应用题的方法叫做分组法。

例 1 某汽车制造厂，计划在本月装配 98 辆汽车。当第一车间每装配 5 辆吉普车时，第二车间则装配 2 辆大卡车。求本月该厂装配吉普车、大卡车各多少辆？（适于五年级程度）

解：因为当第一车间每装配 5 辆吉普车时，第二车间装配 2 辆大卡车，所以在这同一时间内两个车间一共装配汽车：

5+2=7（辆）

把 7 辆汽车看作一组，看 98 辆汽车要分成多少组：

98÷7=14（组）

因为在一组中有 5 辆吉普车、2 辆大卡车，所以本月装配吉普车：

5×14=70（辆）

本月装配大卡车：

2×14=28（辆）

答略。

例 2 80 名小学生正好做了 80 朵小红花，每名女学生做 3 朵小红花，每 3 名男学生做 1 朵小红花。求这 80 名小学生中有男、女生各多少名？（适于五年级程度）

解：因为每名女学生做 3 朵小红花，每 3 名男学生做 1 朵小红花，所以每名女学生和每 3 名男学生共做小红花：

3+1=4（朵）

把 4 朵小红花看作一组，看 80 朵小红花中有多少组：

80÷4=20（组）

因为做每一组花时有 1 名女生、3 名男生。所以女生人数是：

1×20=20（名）

男生人数是：

3×20=60（名）

答略。

例 3 用 1000 个黑珠、白珠串成一串。珠子的排列顺序是：一个白珠、一个黑珠、两个白珠。问这一串珠子中有多少个白珠？最后一个珠子是黑色的还是白色的？（适于五年级程度）

解：这一串珠子的排列顺序是：一白、一黑、两白，不断出现，也就是“三个白珠”与“一个黑珠”为一组。

这 1000 个珠子可以分为多少组：

1000÷（1+3）=250（组）

因为每一组中有 3 个白珠，所以白珠的总数是：

3×250=750（个）

因为每一组最后的那个珠子是白色的，所以第 250 组最后的一个，也就是第 1000 个珠子，一定是白色的。

答略。

例 4 院子里有一群鸡和一群兔子，共有 100 条腿。已知兔子比鸡多一只，求有多少只鸡，多少只兔子？（适于五年级程度）

解：因为兔子比鸡多一只，所以去掉这一只兔子后，鸡兔共有腿：

100-4=96（条）

因为去掉一只兔后，鸡兔的只数一样多，所以可以把一只鸡和一只兔作为一组，每一组鸡、兔共有腿：

4+2=6（条）

一共有多少组鸡、兔，也就是有多少只鸡；

96÷6=16（组）

一共有兔：

16+1=17（只）

答：有 16 只鸡，17 只兔。

例 5 有一摞扑克牌共 60 张，都是按红桃 2 张、梅花 1 张、方片 3 张的次序摞起来的。求这一摞扑克有红桃、梅花、方片各多少张？（适于五年级程度）

解：因为都是按红桃 2 张、梅花 1 张、方片 3 张的次序摞起的，所以可把 2 张红桃、1 张梅花、3 张方片看作是一组，这一组共有扑克牌：

2+1+3=6（张）

60 张扑克可分为：

60÷6=10（组）

60 张牌中有红桃：

2×10=20（张）

有梅花：

1×10=10（张）

有方片：

3×10=30（张）

答略。

*例 6 某工厂召开职工代表大会，把会议室的桌凳组合起来使用。3 个人坐一条凳子，2 个人用 1 张桌子，132 名代表正好坐满。求有桌子多少张，凳子多少条？（适于五年级程度）

解：因为 3 个人坐一条凳子，2 个人用一张桌子，所以 2 条凳子、3 张桌子组合为一组比较适当，这一组的人数是（图 10-1）：

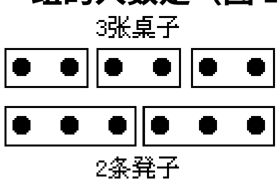


图 10-1

3+3=6（人）

或　　　　　　　　　　　　2×3=6（人）

132 名代表可分成多少组：

132÷6=22（组）

因为每一组中有 3 张桌子，所以 22 组共有桌子：

3×22=66（张）

因为每一组中有 2 条凳子，所以 22 组共有凳子：

2×22=44（条）

答略。

*例 7　蜘蛛、蝴蝶共有腿 506 条，蜘蛛的只数是蝴蝶只数的 2 倍。已知蜘蛛有 8 条腿，蝴蝶有 6 条腿。求蜘蛛、蝴蝶各有多少只？（适于五年级程度）

解：一只蜘蛛有 8 条腿，2 只蜘蛛有腿：

8×2=16（条）

把 2 只蜘蛛和 1 只蝴蝶作为一组，它们共有腿：

16+6=22（条）

506 条腿可分成的组数：

506÷22=23（组）

因为每一组中有 2 只蜘蛛，所以 23 组中有蜘蛛：

2×23=46（只）

因为每一组中有一只蝴蝶，所以 23 组中有蝴蝶 23 只。

答略。

*例 8 三年级的小朋友用 90 张红、绿、黄三色的彩色纸做纸花。每 2 朵花用红纸 3 张，每 3 朵花用绿纸 2 张，每 6 朵花用黄纸 5 张。最后，三色彩纸都用完。求 90 张纸中有红、绿、黄纸各多少张？（适于六年级程度）解：一朵花用红纸：

$$3 \div 2 = \frac{3}{2}\text{（张）}$$

一朵花用绿纸：

$$2 \div 3 = \frac{2}{3}\text{（张）}$$

一朵花用黄纸：

$$5 \div 6 = \frac{5}{6}\text{（张）}$$

一朵花共用红、绿、黄三色纸：

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$
$$= 9 + 4 + \frac{5}{6}$$
$$= 3\text{（张）}$$

90 张纸可做多少朵花：

90÷3=30（朵）

30 朵花用红纸：

$$\frac{3}{2}\times 30 = 45\text{（张）}$$

30 朵花用绿纸：

$$\frac{2}{3}\times 30 = 20\text{（张）}$$

30 朵花用黄纸：

$$\frac{5}{6}\times 30 = 25\text{（张）}$$

答：90 张纸中有红纸 45 张，绿纸 20 张，黄纸 25 张。

十一、份数法

把应用题中的数量关系转化为份数关系，并确定某一个已知数或未知数为 1 份数，然后先求出这个 1 份数，再以 1 份数为基础，求出所要求的未知数的解题方法，叫做份数法。

（一）以份数法解和倍应用题

已知两个数的和及两个数的倍数关系，求这两个数的应用题叫做和倍应用题。

例 1 某林厂有杨树和槐树共 320 棵,其中杨树的棵数是槐树棵数的 3 倍。求杨树、槐树各有多少棵？（适于四年级程度）

解：把槐树的棵数看作 1 份数，则杨树的棵数就是 3 份数，320 棵树就是（3+1）份数。

因此，得：

320÷（3+1）=80（棵）…………………槐树

80×3=240（棵）…………………杨树

答略。

例 2 甲、乙两个煤场共存煤 490 吨，已知甲煤场存煤数量比乙煤场存煤数量的 4 倍少 10 吨。甲、乙两个煤场各存煤多少吨？（适于四年级程度）

解：题中已经给出两个未知数之间的倍数关系：甲煤场存煤数量比乙煤场存煤数量的 4 倍少 10 吨。因此可将乙煤场的存煤数量看作 1 份数，甲煤场的存煤数量就相当于乙煤场存煤数量的 4 倍（份）数少 10 吨，两个煤场所存的煤 490 吨就是（1+4）份数少 10 吨，（490+10）吨就正好是（1+4）份数。

所以乙场存煤：

（490+10）÷（1+4）

=500÷5

=100（吨）

甲场存煤：

490-100=390（吨）

答略。

例 3 妈妈给了李平 10.80 元钱，正好可买 4 瓶啤酒，3 瓶香槟酒。李平错买成 3 瓶啤酒，4 瓶香槟酒，剩下 0.60 元。求每瓶啤酒、香槟酒各是多少钱？（适于五年级程度）

解：因为李平用买一瓶啤酒的钱买了一瓶香槟酒，结果剩下 0.60 元，这说明每瓶啤酒比每瓶香槟酒贵 0.60 元。把每瓶香槟酒的价钱看作 1 份数，则 4 瓶啤酒、3 瓶香槟酒的 10.80 元钱就是（4+3）份数多（0.60×4）元，（10.80-0.60×4）元就正好是（4+3）份数。

每瓶香槟酒的价钱是：

（10.80-0.60×4）÷（4+3）

=8.4÷7

=1.2（元）

每瓶啤酒的价钱是：

1.2+0.60=1.80（元）

答略。

（二）以份数法解差倍应用题

已知两个数的差及两个数的倍数关系，求这两个数的应用题叫做差倍应用题。

例 1 三湾村原有的水田比旱田多 230 亩，今年把 35 亩旱田改为水田，这样今年水田的亩数正好是旱田的 3 倍。该村原有旱田多少亩？（适于五年级程度）

解：该村原有的水田比旱田多 230 亩（图 11-1），今年把 35 亩旱田改为水田，则今年水田比旱田多出 230+35×2= 300（亩）。根据今年水田的亩数正好是旱田的 3 倍，以今年旱田的亩数为 1 份数，则水田比旱田多出的 300 亩就正好是 2 份数（图 11-2）。

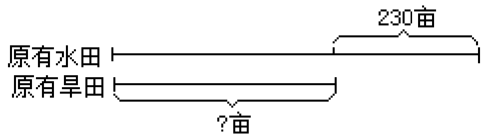


图 11-1

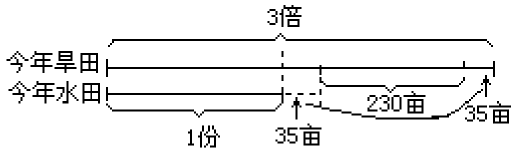


图 11-2

今年旱田的亩数是：

（230+35×2）÷ 2
=300÷2
=150（亩）

原来旱田的亩数是：

150+35=185（亩）

综合算式：

（230+35×2）÷2+35
=300÷2+35
=150+35
=185（亩）

答略。

*例 2 和平小学师生步行去春游。队伍走出 10.5 千米后，王东骑自行车去追赶，经过 1.5 小时追上。已知王东骑自行车的速度是师生步行速度的 2.4 倍。王东和师生每小时各行多少千米？（适于五年级程度）

解：根据“追及距离÷追及时间=速度差”，可求出王东骑自行车和师生步行的速度差是 10.5÷1.5=7（千米/小时）。已知骑自行车的速度是步行速

度的 2.4 倍，可把步行速度看作是 1 份数，骑自行车的速度就是 2.4 份数，比步行速度多 2.4-1=1.4（份）。以速度差除以份数差，便可求出 1 份数。

10.5÷1.5÷（2.4-1）

=7÷1.4

=5（千米/小时）………………………步行的速度

5×2.4=12（千米/小时）……………………………骑自行车的速度

答略。

（三）以份数法解变倍应用题

已知两个数量原来的倍数关系和两个数量变化后的倍数关系，求这两个数量的应用题叫做变倍应用题。

变倍应用题是小学数学应用题中的难点。解答这类题的关键是要找出倍数的变化及相应数量的变化，从而计算出“ 1 ”份（倍）数是多少。

*例 1 大、小两辆卡车同时载货从甲站出发，大卡车载货的重量是小卡车的 3 倍。两车行至乙站时，大卡车增加了 1400 千克货物，小卡车增加了 1300 千克货物，这时，大卡车的载货量变成小卡车的 2 倍。求两车出发时各载货物多少千克？（适于五年级程度）

解：出发时，大卡车载货量是小卡车的 3 倍；到乙站时，小卡车增加了 1300 千克货物，要保持大卡车的载货重量仍然是小卡车的 3 倍，大卡车就应增加 1300×3 千克。

把小卡车增加 1300 千克货物后的重量看作 1 份数，大卡车增加 1300×3 千克货物后的重量就是 3 份数。而大卡车增加了 1400 千克货物后的载货量是 2 份数，这说明 3 份数与 2 份数之间相差（1300×3-1400）千克，这是 1 份数，即小卡车增加 1300 千克货物后的载货量。

1300×3-1400

=3900-1400

=2500（千克）

出发时，小卡车的载货量是：

2500-1300=1200（千克）

出发时，大卡车的载货量是：

1200×3=3600（千克）

答略。

*例 2 甲、乙两个班组织体育活动，选出 15 名女生参加跳绳比赛，男生人数是剩下女生人数的 2 倍；又选出 45 名男生参加长跑比赛，最后剩下的女生人数是剩下男生人数的 5 倍。这两个班原有女生多少人？（适于五年级程度）

解：把最后剩下的男生人数看作 1 份数，根据“最后剩下的女生人数是男生人数的 5 倍”可知，剩下的女生人数为 5 份数。

根据 45 名男生未参加长跑比赛前“男生人数是剩下女生人数的 2 倍”，而最后剩下的女生人数是 5 份数，可以算出参加长跑前男生人数的份数：

$$5 \times 2=10$$（份）

因为最后剩下的男生人数是 1 份数，所以参加长跑的 45 名男生是：

$$10-1=9$$（份）

每 1 份的人数是：

$$45 \div 9=5$$（人）

因为最后剩下的女生人数是 5 份数，所以最后剩下的女生人数是：

$5 \times 5=25$（人）

原有女生的人数是：

$$25+15=40$$（人）

综合算式：

$$\begin{aligned}&45 \div (5 \times 2-1) \times 5+15\\&=45 \div 9 \times 5+15\\&=25+15\\&=40\text{（人）}\end{aligned}$$

答略。

（四）以份数法解按比例分配的应用题

把一个数量按一定的比例分成几个部分数量的应用题，叫做按比例分配的应用题。

例 1 一个工程队分为甲、乙、丙三个组，三个组的人数分别是 24 人、21 人、18 人。现在要挖 2331 米长的水渠，若按人数的比例把任务分配给三个组，每一组应挖多少米？（适于六年级程度）

解：甲、乙、丙三个组应挖的任务分别是 24 份数、21 份数、18 份数，求出 1 份数后，用乘法便可求出各组应挖的任务。

$$2331 \div (24+21+18)=37$$（米）

$37 \times 24=888$（米）…………………甲组任务

$37 \times 21=777$（米）…………………乙组任务

$37 \times 18=666$（米）…………………丙组任务

答略。

例 2 生产同一种零件，甲要 8 分钟，乙要 6 分钟。甲乙两人在相同的时间内共同生产 539 个零件。每人各生产多少个零件？（适于六年级程度）

解：由题意可知，在相同的时间内，甲、乙生产零件的个数与他们生产一个零件所需时间成反比例。

把甲生产零件的个数看作 1 份数，那么，乙生产零件的个数就是：

$$8 \div 6=1\frac{1}{3}$$（份）

生产零件的总数 539 个就是：

$$1+1\frac{1}{3}=2\frac{2}{3}$$（份）

甲生产的个数：

$$539\div\left(1+1\frac{1}{3}\right)=231\text{（个）}$$

乙生产的个数：

$$231\times1\frac{1}{3}=308\text{（个）}$$

答略。

（五）以份数法解正比例应用题

成正比例的量有这样的性质：如果两种量成正比例，那么一种量的任意两个数值的比等于另一种量的两个对应的数值的比。

含有成正比例关系的量，并根据正比例关系的性质列出比例式来解的应用题，叫做正比例应用题。

这里是指以份数法解正比例应用题。

例 1 某化肥厂 4 天生产化肥 32 吨。照这样计算，生产 256 吨化肥要用多少天？（适于六年级程度）

解：此题是工作效率一定的问题，工作量与工作时间成正比例。

以 4 天生产的 32 吨为 1 份数，256 吨里含有多少个 32 吨，就有多少个 4 天。

$$\begin{aligned}&4\times(256\div32)\\=&4\times8\\=&32\text{（天）}\end{aligned}$$

答略。

例 2 每 400 粒大豆重 80 克，24000 粒大豆重多少克？（适于六年级程度）

解：每 400 粒大豆重 80 克，这一数量是一定的，因此大豆的粒数与重量成正比例。如把 400 粒大豆重 80 克看作 1 份数，则 24000 粒大豆中包含多少个 400 粒，24000 粒大豆中就有多少个 80 克。

$$24000\div400=60\text{（个）}$$

24000 粒大豆的重量是：

$$80\times60=4800\text{（克）}$$

综合算式：

$$80\times(24000\div400)=4800\text{（克）}$$

答略。

（六）以份数法解反比例应用题

成反比例的量有这样的性质：如果两种量成反比例，那么一种量的任意两个数值的比，等于另一种量的两个对应数值的比的反比。

含有成反比例关系的量，并根据反比例关系的性质列出比例式来解的应用题，叫做反比例应用题。

这里是指以份数法解反比例应用题。

例 1 有一批水果，每箱装 36 千克，可装 40 箱。如果每箱多装 4 千克，需要装多少箱？（适于六年级程度）

解：题中水果的总重量不变，每箱装的多，则装的箱数就少，即每箱装的重量与装的箱数成反比例。

如果把原来要装的 40 箱看做 1 份数,那么现在需要装的箱数就是原来要装箱数的：

$$36 \div (36+4) = \frac{9}{10}$$

现在需要装的箱数是：

$$40 \times \frac{9}{10} = 36 \text{（箱）}$$

综合算式：

$$40 \times \frac{36}{36+4} = 36 \text{（箱）}$$

答略。

例2 某学校食堂由于改进了炉灶，每天可节约用煤$\frac{1}{4}$。原来可用24天的煤，现在可以用多少天？（适于六年级程度）

解：题中说“由于改进了炉灶，每天可节约用煤$\frac{1}{4}$”，因此把原来每天的用煤量看做 1 份数，那么改进炉灶后每天的用煤量是原来每天用煤量的：

$$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

用煤天数与每天用煤量成反比例，原来要用 24 天的煤，现在可以用的天数是：

$$24 \div \frac{3}{4} = 32 \text{（天）}$$

答略。

（七）以份数法解分数应用题

分数应用题就是指分数的三类应用题，即求一个数的几分之几是多少；求一个数是另一个数的几分之几；已知一个数的几分之几是多少，求这个数。

例 1 长征毛巾厂男职工人数比女职工人数少 1/3，求女职工人数比男职工人数多百分之几？（适于六年级程度）

解：从题中条件可知，男职工人数相当于女职工人数的：

$$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

如果把女职工人数看作 3 份，那么男职工人数就相当于其中的 2 份。

所以，女职工人数比男职工人数多：

（3-2）÷2=50%

答略。

例2 王东做了一些彩旗，其中$\frac{4}{9}$是红旗，$\frac{2}{5}$是蓝旗，21面是黄旗。王东一共做了多少面彩旗？（适于六年级程度）

解：由题意知道，旗的总数是标准量“1”，其中红旗占$\frac{4}{9}$，蓝旗占$\frac{2}{5}$，那么黄旗占：

$$1-\frac{4}{9}-\frac{2}{5}=\frac{7}{45}$$

如果把21面黄旗看作1份数，总数量“1”中包含有多少个7/45，旗的总面数就是21的多少倍。

$$21\times\left(1\div\frac{7}{45}\right)$$
$$=21\times\frac{45}{7}$$
$$=135\text{（面）}$$

答略。

*例3 甲、乙两个仓库共有棉花2600包。从甲仓库运走了它的$\frac{3}{4}$，从乙仓库运走了它的$\frac{3}{5}$，乙仓库剩下的棉花比甲仓库的多130包。两个仓库原有棉花谷多少包？（适于六年级程度）

解：由题意可知，甲、乙两个仓库各运走了一些棉花之后，甲仓库剩下$\left(1-\frac{3}{4}\right)$，即$\frac{2}{8}$，乙仓库剩下$\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{5}$。这就是说，把甲仓库的棉花分成8份时，甲仓库剩下的是2份；把乙仓库的棉花分成5份时，乙仓库剩下的也是2份。

但是，乙仓库剩下的2份比甲仓库剩下的2份多130包。可以看出，乙仓库的1份比甲仓库的1份多出：

130÷2=65（包）

如果把乙仓库原有的棉花减少 5 个 65 包，再把剩下的棉花平均分成 5 份，这时乙仓库的每一份棉花就与甲仓库的每一份同样多了。

这样，从两仓库棉花的总数2600包中减去5个65包，再把剩下的棉花平均分成13份（其中甲仓库8份，乙仓库5份），其中的8份就是甲仓库原有的包数。

（2600-65×5）÷（8+5）×8
=2275÷13×8
=1400（包）……………………………甲仓库原有的包数
2600-1400=1200（包）……………乙仓库原有的包数

答略。

（八）以份数法解工程问题

工程问题就是研究工作量、工作时间及工作效率之间相互关系的问题，这种问题的工作量常用整体“1”表示。

例 1 一辆快车和一辆慢车同时从甲、乙两站相对开出，经 12 小时相遇。相遇后,快车又行 8 小时到达乙站。相遇后慢车还要行几小时才能到达甲站？（适于六年级程度）

解：由“相遇后快车又行 8 小时到达乙站”可知，慢车行 12 小时的路程快车只需行 8 小时。

把快车行这段路程所需的 8 小时看作 1 份数，则慢车所需的份数是：

$$12\div 8=\frac{3}{2}\text{（份）}$$

因为慢车行至两车相遇时，快车已行 12 小时的路，慢车要用的时间是 $\frac{3}{2}$ 份，所以慢车还要行的时间是：

$$12\times\frac{3}{2}=18\text{（小时）}$$

答略。

*例 2 加工一批零件，甲单独完成需要 30 天，乙单独完成的时间比甲少 $\frac{1}{3}$。乙 6 天完成的任务，甲要几天才能完成？（适于六年级程度）

解：由题意可知，甲单独完成需要 30 天，乙单独完成所需天数是：

$$30\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=20\text{（天）}$$

这说明，在完成相同的工作量时，甲需要的时间是乙的：

$$30\div 20=1\frac{1}{2}\text{（倍）}$$

如果把乙工作的 6 天看作 1 份数，那么甲完成相同的工作量所需时间就是 $1\frac{1}{2}$ 份。

所以乙 6 天完成的任务，甲要完成的天数是：

$$6\times 1\frac{1}{2}=9\text{（天）}$$

答略。

（九）以份数法解几何题

*例 1 一个正方形被分成了大小、形状完全一样的三个长方形（如图 11-3）。每个小长方形的周长都是 16 厘米。这个正方形的周长是多少？（适于五年级程度）

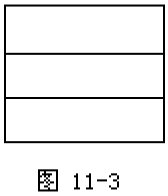


图 11-3

解：在每个长方形中，长都是宽的 3 倍。换句话说，如果宽是 1 份，则

长为 3 份，每个长方形的周长一共可分为：

$$3\times2+1\times2=8\text{（份）}$$

因为每个长方形的周长为 16 厘米，所以每份的长是：

$$16\div8=2\text{（厘米）}$$

长方形的长，也就是正方形的边长是：

$$2\times3=6\text{（厘米）}$$

正方形的周长是：

$$6\times4=24\text{（厘米）}$$

答略。

*例 2 长方形长宽的比是 7∶3。如果把长减少 12 厘米，把宽增加 16 厘米，那么这个长方形就变成了一个正方形。求原来这个长方形的面积。（适于六年级程度）

解：根据题意，假设原来长方形的长为 7 份，则宽就是 3 分，长与宽之间相差：

$$7-3=4\text{（份）}$$

由于长方形的长要减少 12 厘米，宽增加 16 厘米，长方形才能变成正方形，因此原长方形长、宽之差为：

$$12+16=28\text{（厘米）}$$

看得出，4 份与 28 厘米是相对应的，每一份的长度是：

$$28\div4=7\text{（厘米）}$$

原来长方形的长是：

$$7\times7=49\text{（厘米）}$$

原来长方形的宽是：

$$7\times3=21\text{（厘米）}$$

原来长方形的面积是：

$$49\times21=1029\text{（平方厘米）}$$

答略。

十二、消元法

在数学中，“元”就是方程中的未知数。“消元法”是指借助消去未知数去解应用题的方法。当题中有两个或两个以上的未知数时，要同时求出它们是做不到的。这时要先消去一些未知数，使未知数减少到一个，才便于找到解题的途径。这种通过消去未知数的个数，使题中的数量关系达到单一化，从而先求出一个未知数，然后再将所求结果代入原题，逐步求出其他未知数的解题方法叫做消元法。

（一）以同类数量相减的方法消元

例　买 1 张办公桌和 2 把椅子共用 336 元；买 1 张办公桌和 5 把椅子共用 540 元。求买 1 张办公桌和 1 把椅子各用多少钱？（适于四年级程度）

解：这道题有两类数量：一类是办公桌的张数、椅子的把数，另一类是钱数。先把题中的数量按“同事横对、同名竖对”的原则排列成表 12-1。这就是说，同一件事中的数量横向对齐，单位名称相同的数量上下对齐。

表 12-1

	桌（张）	椅（把）	钱数（元）
①	1	2	336
②	1	5	540

从表 12-1 第②组的数量减去第①组对应的数量,有关办公桌的数量便消去，只剩下有关椅子的数量：

$$5-2=3\text{（把）}$$

3 把椅子的钱数是：

$$540-336=204\text{（元）}$$

买 1 把椅子用钱：

$$204\div 3=68\text{（元）}$$

把买 1 把椅子用 68 元这个数量代入原题,就可以求出买 1 张办公桌用的钱数是：

$$\begin{aligned}&336-68\times 2\\=&336-136\\=&200\text{（元）}\end{aligned}$$

答略。

（二）以和、积、商、差代换某数的方法消元

解题时，可用题中某两个数的和，或某两个数的积、商、差代换题中的某个数，以达到消元的目的。

1.以两个数的和代换某数

*例　甲、乙两个书架上共有 584 本书，甲书架上的书比乙书架上的书少 88 本。两个书架上各有多少本书？（适于四年级程度）

解：题中的数量关系可用下面等式表示：

甲+乙=584　　①

甲+88=乙　　②

把②式代入①式（以甲与 88 的和代换乙），得：

甲+甲+88=584

甲×2+88=584

2 甲=584-88

=496

甲=496÷2

=248（本）

乙=248+88

=336（本）

答略。

2.以两个数的积代换某数

*例 3 双皮鞋和 7 双布鞋共值 242 元，一双皮鞋的钱数与 5 双布鞋的钱数相同。求每双皮鞋、布鞋各值多少钱？（适于四年级程度）

解：因为 1 双皮鞋与 5 双布鞋的钱数相同，所以 3 双皮鞋的钱数与 5×3=15（双）布鞋的钱数一样多。

这样可以认为 242 元可以买布鞋：

15+7=22（双）

每双布鞋的钱数是：

242÷22=11（元）

每双皮鞋的钱数是：

11×5=55（元）

答略。

3.以两个数的商代换某数

*例 5 支钢笔和 12 支圆珠笔共值 48 元，一支钢笔的钱数与 4 支圆珠笔的钱数一样多。每支钢笔、圆珠笔各值多少钱？（适于五年级程度）

解：根据“一支钢笔的钱数与 4 支圆珠笔的钱数一样多”，可用 12÷4=3（支）的商把 12 支圆珠笔换为 3 支钢笔。

现在可以认为，用 48 元可以买钢笔：

5+3=8（支）

每支钢笔值钱：

48÷8=6（元）

每支圆珠笔值钱：

6÷4=1.5（元）

答略。

4.以两个数的差代换某数

*例 甲、乙、丙三个人共有 235 元钱，甲比乙多 80 元，比丙多 90 元。三个人各有多少钱？（适于五年级程度）

解：题中三个人的钱数有下面关系：

甲+乙+丙=235 ①

甲-乙=80 ②

甲-丙=90 ③

由②、③得：

乙=甲-80 ④

丙=甲-90 ⑤

用④、⑤分别代替①中的乙、丙，得：

甲+（甲-80）+（甲-90）=235

甲×3-170=235

甲×3=235+170

=405

甲=405÷3

=135（元）

乙=135-80

=55（元）

丙=135-90

=45（元）

答略。

（三）以较小数代换较大数的方法消元

在用较小数量代换较大数量时，要把较小数量比较大数量少的数量加上，做到等量代换。

*例 18 名男学生和 14 名女学生共采集松树籽 78 千克，每一名男学生比每一名女学生少采集 1 千克。每一名男、女学生各采集松树籽多少千克？（适于五年级程度）

解：题中说“每一名男学生比每一名女学生少采集 1 千克”，则 18 名男生比女生少采集 1×18=18（千克）。假设这 18 名男生也是女生（以小代大），就应在 78 千克上加上 18 名男生少采集的 18 千克松树籽。

这样他们共采集松树籽：

78+18=96（千克）

因为已把 18 名男学生代换为女学生，所以可认为共有女学生：

14+18=32（名）

每一名女学生采集松树籽：

96÷32=3（千克）

每一名男学生采集松树籽：

3-1=2（千克）

答略。

（四）以较大数代换较小数的方法消元

在用较大数量代换较小数量时，要把较大数量比较小数量多的数量减去，做到等量代换。

*例 胜利小学买来 9 个同样的篮球和 5 个同样的足球，共付款 432 元。已知每个足球比每个篮球贵 8 元，篮球、足球的单价各是多少元？（适于五年级程度）

解：假设把 5 个足球换为 5 个篮球，就可少用钱：

$$8\times5=40（元）$$

这时可认为一共买来篮球：

$$9+5=14（个）$$

买 14 个篮球共用钱：

$$432-40=392（元）$$

篮球的单价是：

$$392\div14=28（元）$$

足球的单价是：

$$28+8=36（元）$$

答略。

（五）通过把某一组数乘以一个数消元

当应用题的两组数量中没有数值相等的两个同类数量时，应通过把某一组数量乘以一个数，而使同一类数量中有两个数值相等的数量，然后再消元。

*例 2 匹马、3 只羊每天共吃草 38 千克；8 匹马、9 只羊每天共吃草 134 千克。求一匹马和一只羊每天各吃草多少千克？（适于五年级程度）

解：把题中条件摘录下来，排列成表 12-2。

表 12-2

	马（匹）	羊（只）	草（千克）
①	2	3	38
②	8	9	134

把第①组中的数量乘以 3 得表 12-3。

表 12-3

	马（匹）	羊（只）	草（千克）
③	6	9	114

第③组的数量中，羊的只数是 9 只；第②组的数量中，羊的只数也是 9 只。这样便可以从第②组的数量减去第③组的数量，从而消去羊的只数，得到 2 匹马吃草 20 千克。

一匹马吃草：

20÷2=10（千克）

一只羊吃草：

（38-10×2）÷3

=18÷3

=6（千克）

答略。

（六）通过把两组数乘以两个不同的数消元

当应用题的两组数量中没有数值相等的两个同类的数量，并且不能通过把某一组数量乘以一个数，而使同一类的数量中有两个数值相等的数，而达到消元的目的时，应当通过把两组数量分别乘以两个不同的数，而使同一类的数量中有两个数值相等的数，然后再消元。

*例 1 买 3 块橡皮和 6 支铅笔用 1.68 元钱，买 4 块橡皮和 7 支铅笔用 2 元钱。求一块橡皮和一支铅笔的价格各是多少钱？（适于五年级程度）

解：把题中条件摘录下来排列成表 12-4。

表 12-4

	橡皮（块）	铅笔（支）	钱（元）
①	3	6	1.68
②	4	7	2

要消去一个未知数，只把某一组数乘以一个数不行，要把两组数分别乘以两个不同的数，从而使两组数中有对应相等的两个同一类的数。因此，把第①组中的各数都乘以 4，把第②组中的各数都乘以 3，得表 12-5。

表 12-5

	橡皮（块）	铅笔（支）	钱（元）
③	12	24	6.72
④	12	21	6

③-④得：3 支铅笔用钱 0.72 元，一支铅笔的价格是：

0.72÷3=0.24（元）

一块橡皮的价格是：

（1.68-0.24×6）÷3

=（1.68-1.44）÷3

=0.24÷3

=0.08（元）

答略。

*例 2 有大杯和小杯若干个，它们的容量相同。现在往 5 个大杯和 3 个小杯里面放满砂糖，共 420 克；又往 3 个大杯和 5 个小杯里面放满砂糖，共 380 克。求一个大杯和一个小杯分别可以放入砂糖多少克？（适于五年级程

度）

解：摘录题中条件排列成表 12-6。

表 12-6

	大杯（个）	小杯（个）	糖（克）
①	5	3	420
②	3	5	380

把表 12-6 中①组各数都乘以 5，②组各数都乘以 3，得表 12-7。

表 12-7

	大杯（个）	小杯（个）	糖（克）
③	25	15	2100
④	9	15	1140

③-④得：16 大杯放砂糖 960 克，所以，

一个大杯里面可以放入砂糖：

960÷16=60（克）

一个小杯里面可以放入砂糖：

（420-60×5）÷3

=（420-300）÷3

=40（克）

答略。

十三、比较法

通过对应用题条件之间的比较，或难解题与易解题的比较，找出它们的联系与区别，研究产生联系与区别的原因，从而发现解题思路的解题方法叫做比较法。

在用比较法解应用题时，有些条件可直接比较，有些条件不能直接比较。在条件不能直接比较时，可借助画图、列表等方法比较，也可适当变换题目的陈述方式及数量的大小，创造条件比较。

（一）在同一道题内比较

在同一道题内比较，就是在同一道题的条件与条件、数量与数量之间的比较，不涉及其他题目。

1.直接比较

例 1 五年级甲班要种一些树。如果每人种 5 棵，则剩下 75 棵；如果每人种 7 棵，则缺 15 棵。问这个班有多少人？这批树苗有多少棵？（适于四年级程度）

解：将两种分配方案进行比较，就会发现，第二次比第一次每人多种：

7-5=2（棵）

第二次比第一次多种：

75+15=90（棵）

90 棵中含有多少个 2 棵就是全班的人数：

90÷2=45（人）

这批树苗的棵数是：

5×45+75=300（棵）

或 7×45-15=300（棵）

答略。

*例 2 四季茶庄购进两批茶叶，第一批有 35 箱绿茶和 15 箱红茶，共重 2925 千克。第二批有 35 箱绿茶和 28 箱红茶，共重 3640 千克。两种茶叶每箱各重多少千克？（适于五年级程度）

解：将前后两批茶叶的箱数与箱数、重量与重量分别比较，可发现，第二批红茶箱数比第一批红茶箱数多：

28-15=13（箱）

第二批红茶比第一批红茶多：

3640-2925=715（千克）

因此，可得每一箱红茶重量：

715÷13=55（千克）

每一箱绿茶重量：

（2925-55×15）÷35

=（2925-825）÷35

=2100÷35

=60（千克）

答略。

2.画图比较

有些应用题由于数量关系复杂、抽象，不便于通过直接推理、比较看出数量关系，可借助画图作比较，就容易看出数量关系。

例 某工程队修一段长252米的公路，已修过公路米数的$\frac{5}{7}$等于还没修过公路米数的$2\frac{1}{2}$倍。问这个工程队已修过多少米公路？（适于六年级程度）

解：作图 13-1，比较已修过米数与未修过米数的关系。

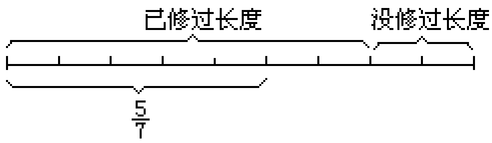


图 13-1

看图13-1，因为已修过的$\frac{5}{7}$等于还没修过米数的$2\frac{1}{2}$倍，所以没修过的米数是已修过米数的$\frac{2}{7}$。

可看出，这段公路一共分为（7+2）份。

已修过的米数占这段公路的$\frac{7}{7+2}$份。

所以，已修过的米数是：

$252\times\frac{7}{7+2}=196$（米）

答略。

3.列表比较

有些应用题适于借助列表的方法比较条件。在用列表的方法比较条件时，要把题中的条件摘录下来，尽量按“同事横对，同名竖对”的格式排列成表。这就是说，要尽量使同一件事情的数量横着对齐，使单位名称相同的数量竖着对齐。

例 赵明准备买 2 千克苹果和 3 千克梨，共带 6.8 元钱。到水果店后，他买了 3 千克苹果和 2 千克梨，结果缺了 0.4 元钱。求每千克苹果、梨各多少元钱？（适于五年级程度）

解：摘录已知条件排列成表 13-1。

表 13-1

	苹果（千克）	梨（千克）	用钱（元）
①	2	3	6.8
②	3	2	6.8+0.4

比较①、②两组数量会看出：由于多买了1千克苹果，少买了1千克梨，才缺了0.4元。

可见1千克苹果比1千克梨贵0.4元。

从买2千克苹果、3千克梨的6.8元中去掉买2千克苹果多用的钱，便可以把买2千克苹果当成买2千克梨，则一共买梨（2+3）千克，用钱：

6.8-0.4×2=6（元）

每千克梨的价钱是：

6÷（2+3）=1.2（元）

每千克苹果的价钱是：

1.2+0.4=1.6（元）

答略。

（二）和容易解的题比较

当一道应用题比较复杂时，可先回忆过去是不是学过类似的、较容易解的题，回忆起来后，可进行比较，找出联系，从而找到解题途径。

1.与常见题比较

例 4名骑兵轮流骑3匹马，行8千米远的路程，每人骑马行的路程相等。求每人骑马行的路程是多少？（适于四年级程度）

小学生对这类题不易理解，如与下面的常见题作比较就容易理解了。

有3篮苹果，每篮8个，平均分给4人，每人得几个？

把这两道题中的条件都摘录下来，一一对应地排列起来：

3匹马……………………3篮苹果

每匹马都行8千米…………每篮都装8个苹果

4人骑马行的路程相等……4人得到的苹果一样多

解答“苹果”这道题的方法是：

8×3÷4

通过这样的比较，自然会想出解题的方法。

解：8×3÷4=6（千米）

答：每人骑马行的路程是6千米。

2.与基本题比较

例 甲、乙两地相距10.5千米，某人从甲地到乙地每小时走5千米，从乙地到甲地每小时走3千米。求他往返于甲、乙两地的平均速度。（适于五年级程度）

在解答此题时，有的同学可能这样解：（5+3）÷2=4（千米）。这是错误的。

把上题与下面的题作比较，就会发现问题。

甲、乙两地相距12千米，某人从甲地到乙地走了4小时，他每小时平均走多少千米？

解此题的方法是：12÷4=3（千米）。这是总路程÷总的时间=平均速度。

前面的解法不符合“总路程÷总时间=平均速度”这个公式，所以是错误的。

解：本题的总路程是：

$$10.5\times2$$

总时间是：

$$10.5\div5+10.5\div3$$

所以他往返的平均速度是：

$$10.5\times2\div(10.5\div5+10.5\div3)=3.75\text{（千米/小时）}$$

答略。

3.把逆向题与顺向题比较

例　王明与李平共有糖若干块。王明的糖比李平的糖多$\frac{2}{3}$。已知王明有糖20块。李平有糖多少块’（适于六年级程度）

题中的$\frac{2}{3}$是对李平而言，求的是李平有糖多少块。这是一道逆向思维的题，不易找出解题方法。

把这道题与类似的一道顺向思维的题比较一下，就可得出解题方法。

比较题：王明的糖比李平的多$\frac{2}{3}$，李平有糖12块，王明有糖多少块？

求王明有糖多少块，就是求12块的（$1+\frac{2}{3}$）是多少：

$12\times(1+\frac{2}{3})=20$（块）。

例题与比较题相反，是已知两个因数的积20和其中的一个因数（$1+\frac{2}{3}$），求另一个因数，要用除法计算。

解：$20\div(1+\frac{2}{3})=12$（块）

答略。

（三）创造条件比较

对那些不能以题中现有条件与相关条件进行比较的应用题，应适当变换条件，创造可以比较的条件，再进行比较。

*例 1　学校食堂第一次买来 2 袋大米和 3 袋面粉，共 275 千克；第二次买来 5 袋大米和 4 袋面粉，共 600 千克。求 1 袋大米和 1 袋面粉各重多少千克？（适于五年级程度）解：摘录题中条件，列成表 13-2。

表 13-2

	大米（袋）	面粉（袋）	重量（千克）
第一次	2	3	275
第二次	5	4	600

从表 13-2 中的条件看，题中条件不能直接比较。此时要创造条件比较。

因为大米袋数 2 和 5 的最小公倍数是 10，所以把第一次买来的袋数 2 乘以 5（把面粉的袋数 3，重量 275 也要乘以 5），把第二次买来的袋数乘以 2（把面粉的袋数 4，重量 600 也要乘以 2），得表 13-3。

此时题中条件便可以比较了。

表 13-3

	大米（袋）	面粉（袋）	重量（千克）
第一次	10	15	1375
第二次	10	8	1200

看表 13-3，把两次买来粮食的数量比较一下，大米的袋数相同，面粉第一次比第二次多买：

15-8=7（袋）

因此，第一次买的粮食比第二次多：

1375-1200=175（千克）

每袋面粉重：

175÷7=25（千克）

每袋大米重：

（275-25×3）÷2
=（275-75）÷2
=100（千克）

答略。

*例 2 1 支铅笔、2 块橡皮、3 把卷笔刀共值 2.35 元；2 支铅笔、3 块橡皮、4 把卷笔刀共值 3.30 元；3 支铅笔、3 块橡皮、5 把卷笔刀共值 4.05 元。求 1 支铅笔、1 块橡皮、1 把卷笔刀各值多少钱？（适于五年级程度）

解：摘录题中条件排列成表 13-4。

表 13-4

	铅笔（支）	橡皮（块）	卷笔刀（把）	共计（元）
①	1	2	3	2.35
②	2	3	4	3.30
③	3	3	5	4.05

从表 13-4 看，题中条件不能直接比较。因此，要创造条件比较。

因为橡皮的块数 2、3、3 的最小公倍数是 6，所以①×3，②×2，③×2，得表 13-5。此时题中条件便可以比较了。

表 13-5

	铅笔（支）	橡皮（块）	卷笔刀（把）	共计（元）
④	3	6	9	7.05
⑤	4	6	8	6.60
⑥	6	6	10	8.10

⑥-⑤，得：
2 支铅笔价钱+2 把卷笔刀价钱=1.5（元），即，
1 支铅笔价钱+1 把卷笔刀价钱=0.75（元）…………………………⑦
⑥-④，得：
3 支铅笔价钱+1 把卷笔刀价钱=1.05（元）…………………………⑧
⑧-⑦，得：
2 支铅笔价钱=0.30（元）
1 支铅笔价钱=0.15（元）
把 1 支铅笔价钱 0.15 元代入⑦，得出 1 把卷笔刀的价钱是：
0.75-0.15=0.60（元）
根据①可求出一块橡皮的价钱数：

（2.35-0.15-0.6×3）÷2
=0.4÷2
=0.2（元）

答略。

*例 3 甲、乙两人共需做 140 个零件，甲做了自己任务的 80%，乙做了自己任务的 75%，这时甲、乙共剩下 32 个零件未完成。求甲、乙两人各需做多少个零件？（适于六年级程度）

解：已知“甲做了自己任务的 80%，乙做了自己任务的 75%”后共剩下 32 个零件，甲、乙两人所做零件个数不相等，因此，甲所做零件的 80%与乙所做零件的 75%不可直接比较。此时就要创造条件比较了。

已知甲做自己任务的 80%，假设乙也做自己任务的 80%，那么甲乙就共剩下零件：

140×（1-80%）=28（个）

这比原来已知的“甲、乙共剩下 32 个零件”少：

32-28=4（个）

这 4 个所对应的分率是：

80%-75%=5%

所以，乙需做的零件是：

4÷5%=80（个）

甲需做的零件是：

140-80=60（个）

答略。

十四、演示法

对于那些不容易理解和分析数量关系的应用题，利用身边现成的东西，如铅笔、橡皮、小刀、文具盒等，进行演示，使应用题的内容形象化，数量关系具体化，这种解题的方法叫做演示法。

例 1 一根绳子正好围成一个边长为 5 分米的正方形。如果用它围成长是 8 分米的长方形，问其宽应当是多少分米？（适于三年级程度）

解：对这道题一般同学都会用这样的方法解答：

$$5\times4\div2-8=2\text{（分米）}$$

然而这并不是最简捷的解法，要用更简捷的解法，我们可以做下面的试验：

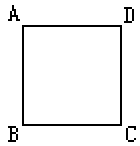


图 14-1

（1）用一根细铁丝围成一个边长是 5 分米的正方形（图 14-1）。

（2）把正方形的细铁丝从 C 点断开。

这时 ABC 部分、CDA 部分都是正方形边长的 2 倍。

（3）把 ABC 那部分（或 CDA 部分）拉直，折出 8 分米长的一段与另一段成 90°

的角（图 14-2）。此时会看到 8 分米长的这一段是长方形的长，与 8 分米长的边成直角的那一段是长方形的宽。

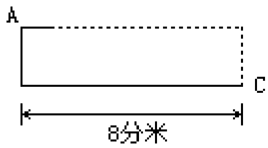


图 14-2

到此，很容易得出，求长方形的宽也可以用下面的方法：

$$5\times2-8=2\text{（分米）}$$

答略。

*例 2 有一列火车，长 120 米，以每小时 18 千米的速度通过一座长 150 米的隧道。求从火车头进隧道到火车尾部离开隧道共需要多长时间？（适于五年级程度）

解：求火车过隧道的时间，必须知道过隧道的速度和所行的路程。速度已知，因此，解此题的关键是求出火车头从进隧道到火车尾部离开隧道所行的路程。

为弄清这个问题，我们做下面的演示。

用文具盒当隧道，用铅笔当火车。

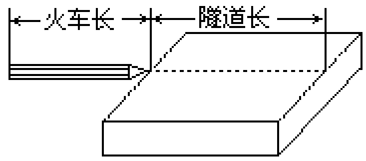


图 14-3

用图 14-3 表示火车刚刚要进隧道时的情景，用图 14-4 表示火车车尾正好离开隧道时的情景。

从图 14-4 可看出：火车从车头进隧道，到车尾离开隧

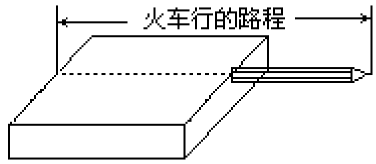


图 14-4

道，所行的路程等于隧道长与车身长之和。

到此，便可求出火车头从进隧道到车尾离开隧道所用的时间。

分步列式计算：

（1）火车每秒行：

1000×18÷3600=5（米）

（2）火车通过隧道共行的米数：

150+120=270（米）

（3）火车通过隧道需时间是：

270÷5=54（秒）

综合算式：

（150+120）÷（1000×18÷3600）

=270÷5

=54（秒）

答略。

*例 3　兄弟二人早晨五点钟各推一车菜，同时从家里出发去集市。哥哥每分钟走 100 米，弟弟每分钟走 60 米。哥哥到达集市后 5 分钟卸完菜，立即返回，途中遇到弟弟，这时是 5 点 55 分。问集市离他们家有多远？（适于五年级程度）

解：本题可用橡皮、瓶盖分别代表“家”与“集市”，放在桌面的两端，用两支铅笔代表兄弟二人实际走一走。如（图 14-5）。

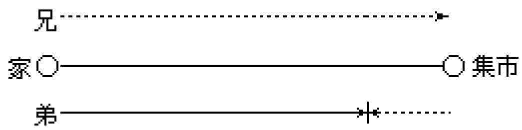


图 14-5

图 14-5 实线表示弟弟走的路程，虚线表示哥哥走的路程。从演示中可以看出兄弟二人共走的路程是从家到集市路程的 2 倍。

因此，只要求出兄弟二人共走了多少路，就可求出家到集市的路程。

[60×55+100×（55-5）]÷2

=[3300+5000]÷2

=4150（米）

答略。

*例 4 一个 5 分米高的圆柱体，它的侧面积是 62.8 平方分米，求圆柱体的体积。（适于六年级程度）

解：要求圆柱体的体积就要知道圆柱底面圆的半径是多少。从表面看，题中没有告诉圆柱底面圆的半径是多少，这可怎么办呢？做了下面的演示，问题就得到解决了。

用一张长方形的纸卷成一个圆柱形，再把圆柱形展开，展开后看到圆柱形的侧面是个长方形。长方形的宽就是圆柱的高，长方形的长就是圆柱底面圆的周长。知道了圆柱底面圆的周长，就能算出圆柱体底面圆的半径。

（1）圆柱体底面圆的周长是：

62.8÷5=12.56（分米）

（2）圆柱体底面圆的半径是：

12.56÷3.14÷2=2（分米）

（3）圆柱体的体积是：

3.14×2×2×5=62.8（立方分米）

答略。

*例 5 从三点钟到四点钟之间，钟面上时针和分针什么时刻会重合？什么时刻成一直线？（适于高年级程度）

解：此题很抽象，可用有活动指针的时钟教具做演示来理解题中的数量关系。

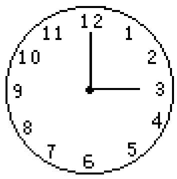


图14 -6

看图 14-6，因为钟的指针是顺时针方向转动的，所以在 3 点钟时，时针在分针前面。要使两针重合，分针就要追上时针。

我们把分针转动一圈，即分针走 60 小格，时针才走 5 个小格，因此，在相同的时间内，时针走动的距离（即弧长）是分针的$\frac{1}{12}$（即$5\div 60=\frac{1}{12}$）。而分针比时针多走（$1-\frac{1}{12}$）的距离。分针追时针，实质是追15格的距离，分针每分种能追上（$1-\frac{1}{12}$）格的距离，要追上15格的距离，要用多长时间呢？

$$15（格）\div（1-\frac{1}{12}）（格）=16\frac{4}{11}（分）$$

即：在3点$16\frac{4}{11}$分钟时分针追上时针，分针与时针重合。

分针要与时针成一条直线，分针不仅要追上时针 15 格的距离，还要超过 30 格的距离，总计要“追”（15+30）格的距离。“追”（15+30）格的路程

要用多长时间呢？

$$(15+30) \div (1-\frac{1}{12}) = 49\frac{1}{11}（分）$$

即：在3点$49\frac{1}{11}$分钟时分针与时针成一条直线。

答略。

*例 6 一列快车全长 151 米，每秒钟行 15 米，一列慢车全长 254 米，每秒钟行 12 米。两车相对而行，从相遇到离开要用几秒钟？（适于五年级程度）

解：要求两车从相遇到离开要用几秒钟，必须知道两车从相遇到离开走多长的路程。

为弄清这个问题，我们做下面的演示：

用一支铅笔作慢车，用另一支铅笔作快车。先让它们相遇（图 14-7），再让它们从相对运行到正好离开（图 14-8）。

看图 14-8 会想到：两车共行的路程是两个车身长的和。

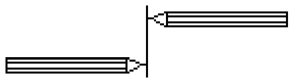


图 14-7

到　　此　　，　　可　　算　　出　　：

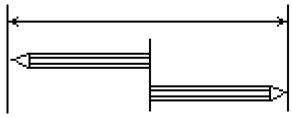


图 14-8

（151+254）÷（15+12）

=405÷27

=15（秒）

答：两车从相遇到离开需要 15 秒钟。

十五、列表法

把应用题中的条件简要地摘录下来，列表分类整理、排列，并借助这个表格分析、解答应用题的方法叫做列表法。

在用列表法解题时，要仔细判断题中哪些数量是同一件事中直接相关联的，哪些数量是同一类的。排列数量时，要尽量做到“同事横对”，“同名竖对”。这就是说，要使同一件事中直接相关联的数量横向排列，使同一类的、单位名称相同的数量竖着排列，还要使它们的数位上、下对齐。

这样就可以在读题、列表的过程中正确识别数量，选择数量，理解数量之间的联系、区别，理清思路，为下一步的分析、推理作好准备。

（一）通过列表突出题目的解法特点

有些应用题的解法具有一定的特点，如果把题中的条件按一定的格式排列，整理成表，则表格会起到突出题目解法特点的作用。

例 1 桌子上放着黄、红、绿三种颜色的塑料碗。3 只黄碗里放着 51 个玻璃球，5 只红碗里放着 75 个玻璃球，2 只绿碗里放着 24 个玻璃球。要使每只碗里玻璃球的个数相同，每只碗里应放多少个玻璃球？（适于四年级程度）

解：摘录题中条件，排列成表 15-1。

表 15-1

	只数	放球个数
黄碗	3	51
红碗	5	75
绿碗	2	24

求每只碗里应放多少个球，要先求出一共有多少个碗，和在这些碗中一共放了多少个球。由于表 15-1 中把碗的只数排列在前一竖行，把球的个数排列在另一竖行，所以只要看着表 15-1 中竖着排列的碗的只数和球的个数，便可算出碗的总数和玻璃球的总数，从而使问题得以解决。

（51+75+24）÷（3+5+2）

=150÷10

=15（只）

答：平均每只碗里应放 15 个玻璃球。

例 2 荒地村砂场用 3 辆汽车往火车站运送砂子，5 天运了 180 吨。照这样计算，用 4 辆同样的汽车 15 天可以运送多少吨砂子？（适于四年级程度）

解：摘录题中条件，排列成表 15-2。

表 15-2

辆数	天数	吨数
3	5	180
4	15	x

解此题的要点是先求出单位数量。表 15-2 中，由于汽车的辆数、运送的天数和吨数这三个直接相关联的数量排在同一横行，因此便于想到，180÷5 得到 3 辆车 1 天运多少吨，180÷5÷3 就得到一辆车一天运多少吨；接着便可想到求出 4 辆车 1 天运多少吨，15 天运多少吨。

求 4 辆车 15 天运送多少吨砂子的方法是：

$$180\div5\div3\times4\times15$$
$$=12\times4\times15$$
$$=720（吨）$$

答略。

例 3 甲校买 8 个排球，5 个篮球，共用 415 元，乙校买同样的 4 个排球、5 个篮球，共用 295 元。求买一个排球需要多少钱？（适于四年级程度）

解：摘录题中条件，排列成表 15-3。

表 15-3

	排球（个）	篮球（个）	用钱（元）
甲校	8	5	415
乙校	4	5	295

从表 15-3 可以看出，甲、乙二校所买篮球的个数一样多，甲校比乙校多用钱：

$$415-295=120（元）$$

甲校比乙校多买排球数是：

$$8-4=4（个）$$

所以，每个排球的卖价是：

$$120\div4=30（元）$$

答略。

例 4 要把卖 5 角钱 500 克的红辣椒和卖 3 角 5 分钱 500 克的青辣椒混合起来，卖 4 角 1 分钱 500 克，应按怎样的比例混合，卖主和顾客才都不吃亏？（适于六年级程度）

解：摘录题中条件，排列成表 15-4（为便于计算，表中钱数都以“分”为单位）。

表 15-4

<table>
<tr><th></th><th>原价（分）</th><th>混合价（分）</th><th>损</th><th>益</th><th>最小公倍数</th></tr>
<tr><td>红辣椒</td><td>50</td><td rowspan="2">41</td><td>9</td><td></td><td rowspan="2">18</td></tr>
<tr><td>青辣椒</td><td>35</td><td></td><td>6</td></tr>
</table>

要使卖主与买主都不吃亏，就要使红辣椒损失的钱数与青辣椒多收入的

钱数一样多。由表 15-4 可看出，当红辣椒损失 18 分，青辣椒多收入 18 分时，恰好达到要求。

因为每 500 克红辣椒与青辣椒混合时，红辣椒要少卖 9 分钱，当损失 18 分时，则有 500×2 克红辣椒；同理，青辣椒与红辣椒混合时，每 500 克青辣椒要多卖 6 分钱，要多卖 18 分时，就要有 3 个 500 克才行，即 500×3 克青辣椒。

所以，红辣椒与青辣椒混合的比应是：

$$500\times2:500\times3=2:3$$

答略。

*例 5 甲种酒每 500 克卖 1 元 4 角 4 分，乙种酒每 500 克卖 1 元 2 角，丙种酒每 500 克卖 9 角 6 分。现在要把三种酒混合成每 500 克卖 1 元 1 角 4 分的酒，其中乙种酒与丙种酒的比是 3∶2。求混合酒中三种酒的重量比。（适于六年级程度）

解：设混合酒中甲种酒占的份数是 x，为便于计算题中钱数都以“分”为单位。摘录题中条件，排列成表 15-5。

表 15-5

项目	原价（分）	损（分）	益（分）	混合重量比	混合单价（分）
甲种酒	144	30		x	114
乙种酒	120	6		3	
丙种酒	96		18	2	

从表 15-5 可以看出，当三种酒的混合比是 x∶3∶2，混合酒的价钱是 114 分时，混合酒中每 500 克甲种酒要损失（少卖）30 分钱，每 500 克乙种酒要损失 6 分钱，而每 500 克丙种酒要收益（多卖）18 分钱。

当乙、丙两种酒的混合比是 3∶2 时，假设乙、丙两种酒分别是 1.5 千克、1 千克，则这两种酒的混合液可以多卖钱：

$$18\times2-6\times3=18\text{（分）}$$

当三种酒按 x∶3∶2 的比例混合时，收益的 18 分钱应与甲种酒的损失抵消。因为三种酒混合时，每 500 克甲种酒损失 30 分，所以 18 分是 30 分的几分之几，甲种酒在三种酒的混合液中就占 500 克的几分之几：

$$18\div30=\frac{3}{5}$$

因为3∶2中的3是代表3个500克，2是代表2个500克，$\frac{3}{5}$是500克的$\frac{3}{5}$，所以甲、乙、丙三种酒的混合比是：

$$\frac{3}{5}:3:2=3:15:10$$

答：混合酒中三种酒的重量比是 3∶15∶10。

（二）通过列表暴露题目的中间问题

解答复合应用题的关键，是找出解答最后问题所需要的中间问题（隐藏量），应用题的步骤越多，需要找出的中间问题就越多，解答的过程就越复杂。

在用列表法解应用题时，由于题中数量是按“同事横对，同名竖对”的规律排列在表中，所以便于思考求最后的问题需要哪些数量，这些数量中哪些是已知的、哪些是未知的中间问题。同时也便于思考怎样求出中间问题，并在必要时把求中间问题的算式写在表中。这样，中间问题便暴露于表格中，和已知数处于平等的地位，从而排除了思维道路上的障碍，减轻了解题的难度。

*例 1 张老师买了 2 千克苹果，3 千克梨，共用 5 元钱。王老师买的苹果是张老师的 2 倍，买的梨是张老师的 3 倍，比张老师多用 6.8 元。问每一千克苹果、每一千克梨的价钱各是多少元？（适于五年级程度）

解：摘录题中条件，排列成表 15-6。

表 15-6 中，由于张老师买的苹果是 2 千克、梨是 3 千克，共用 5 元钱，都已写在表中，因此很容易在表中写出王老师买的苹果是 2×2 千克，王老师买的苹果恰好是张老师的 2 倍，也很容易写出王老师买的梨是 3×3 千克，王老师买的梨比张老师的 2 倍多 3×（3-2）千克，即多 3 千克。

表 15-6

	苹果（千克）	梨（千克）	用钱（元）
张老师买	2	3	5
王老师买	2 × 2	3 × 3	5+6.8
王比张的 2 倍多	0	3 ×（3-2）	（5+6.8）-5 × 2

王老师共用钱（5+6.8）元，王老师买水果用的钱比张老师买水果用的钱的 2 倍多：

（5+6.8）-5×2=1.8（元）

这 1.8 元就是买 3 千克梨用的钱，所以 1 千克梨的价钱是：

1.8÷3=0.6（元）

1 千克苹果的价钱是：

（5-0.6×3）÷2
=（5-1.8）÷2
=1.6（元）

答略。

*例 2 有甲、乙、丙三桶油，先取出甲桶油的一半，平均倒在乙、丙两桶中；再取出乙桶油的一半，平均倒在甲、丙两桶中；最后取出丙桶油的一半，平均倒在甲、乙两桶中。这时 3 桶油正好都是 16 千克。问原来每桶中各有油多少千克？（适于高年级程度）

解：此题的中间量比较多，需要从题中最后的结果逐步往前推理，把推出的结果写在表中，就能求出原来每桶各有多少千克油。看表 15-7。表 15-7

	甲	乙	丙
丙倒完后（千克）	16	16	16
乙倒完后（千克）	8	8	32
甲倒完后（千克）	4	16	28
原来（千克）	8	14	26

（1）由于最后取出丙桶油的一半，平均倒在甲、乙两桶中，3 桶油正好都是 16 千克，因此在表 15-7 中，横向写上甲、乙、丙三桶油都是 16 千克。而在丙桶未向甲、乙两桶倒油之前，丙桶中有油：

16×2=32（千克）

丙桶油的一半是 16 千克，把这 16 千克平均倒在甲乙两桶中时，倒入每一桶的油是：

16÷2=8（千克）

所以，在丙桶未向甲、乙两桶倒油时，即“再取出乙桶油的一半，平均倒在甲、丙两桶中”后，甲、乙两桶中分别有油 8 千克。

在表 15-7 中，乙倒完后一栏的后面横向写上甲、乙、丙三桶分别有油 8 千克、8 千克、32 千克。

（2）根据取出乙桶油的一半平均倒在甲、丙两桶中后，乙桶中还剩 8 千克油，甲桶中有油 8 千克，丙桶中有油 32 千克，可以推出原来乙桶中有油 16 千克，乙桶油的一半是：

16÷2=8（千克）

8 千克的一半是 4 千克。所以，在乙桶未向甲、丙两桶倒油之前，即“取出甲桶油的一半，平均倒在乙、丙两桶中”后，甲桶中有油：

8-4=4（千克）

丙桶中有油：

32-4=28（千克）

在表 15-7 中，甲倒完后一栏的后面横向写上甲、乙、丙三桶分别有油：4 千克、16 千克、28 千克。

（3）由“取出甲桶油的一半，平均倒在乙、丙两桶中”之后，甲桶中还剩下 4 千克油，可以推出甲桶原来有油：

4×2=8（千克）

8 千克的一半是 4 千克，4 千克的一半是 2 千克。由甲桶向乙、丙两桶倒完油后，乙、丙两桶分别有油 16 千克，28 千克，由此可推出乙、丙两桶原来分别有油：

16-2=14（千克）

28-2=26（千克）

答略。

十六、倍比法

解应用题时，先求出题中两个对应的同类数量的倍数，再通过“倍数”去求未知数，这种解题的方法称为倍比法。

（一）用倍比法解归一问题

可以用倍比法解答的应用题一般都可以用归一法来解（除不尽时，可以用分数、小数来表示），但用倍比法解答要比用归一法简便。实际上，倍比法是归一法的特殊形式。为计算方便，在整数范围内，如果用归一法除不尽时，可以考虑用倍比法来解。反之，运用倍比法除不尽时，也可以考虑改用归一法来解。要根据题目中的具体条件，选择最佳解法。

例 1 一台拖拉机 3 天耕地 175 亩。照这样计算，这台拖拉机 15 天可以耕地多少亩？（适于三年级程度）

解：这道题实质上是归一问题。要求 15 天耕地多少亩，只要先求出每天耕地多少亩就行了。但 175 不能被 3 整除，所以在整数范围内此题不便用归一法来解。因题目中的同一类数量（两个天数）之间成倍数关系（15 天是 3 天的 5 倍），并且拖拉机的工作效率又相同，所以另一类量（两个耕地亩数）之间也必然有相同的倍数关系（15 天耕地亩数也应是 3 天耕地亩数的 5 倍）。

先求 15 天是 3 天的几倍：

15÷3=5（倍）

再求 175 亩的 5 倍是多少亩：

175×5=875（亩）

综合算式：

175×（15÷3）

＝175×5

＝875（亩）

答：15 天可以耕地 875 亩。

例 2 3 台拖拉机一天耕地 40 亩。要把 160 亩地在一天内耕完，需要多少台同样的拖拉机？（适于三年级程度）

解：先求出 160 亩是 40 亩的几倍：

160÷40=4（倍）

再求耕 160 亩地需要多少台同样的拖拉机：

3×4=12（台）

综合算式：

3×（160÷40）

=3×4

=12（台）

答略。

例 3 工厂运来 52 吨煤，先用其中的 13 吨炼出 9750 千克焦炭。照这样计算，剩下的煤可以炼出多少千克焦炭？（适于四年级程度）

用归一法解：先求出每吨煤可炼出多少千克焦炭，再求出剩下的煤可以

炼多少千克焦炭：

$$9750÷13×（52-13）$$
$$=750×39$$
$$=29250（千克）$$

用倍比法解：先求出 52 吨里有几个 13 吨，然后去掉已炼的一个 13 吨，得：

$$9750×（52÷13-1）$$
$$=29250（千克）$$

答略。

例 4 某粮食加工厂，3 台磨粉机 6 小时磨小麦 1620 千克。照这样计算，5 台磨粉机 8 小时可以磨小麦多少千克？（适于五年级程度）

用归一法解：

$$1620÷3÷6×5×8$$
$$=540÷6×5×8$$
$$=90×5×8$$
$$=3600（千克）$$

用倍比法解：把一台磨粉机工作 1 小时看作一个新的量--1 台小时，3 台磨粉机工作 6 小时，就是 3×6 台小时，5 台磨粉机工作 8 小时，就是 5×8 台小时。只要求出 5×8 台小时是 3×6 台小时的几倍，那么 5 台磨粉机 8 小时磨的小麦就是 1620 千克小麦的几倍。

$$120×[5×8÷（3×6）]$$
$$=1620×\frac{20}{9}$$
$$=3600（千克）$$

答略。

例 5 甲、乙两辆车分别从东、西两城同时相对开出，4 小时后相遇，相遇后甲车再经过 2 小时到达西城。求乙车再经过几小时可以到达东城？（适于五年级程度）

解：用图 16-1 表示题中的数量关系。

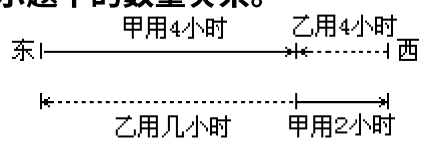


图 16-1

看图 16-1 中两车相遇点右侧的路程，甲、乙所走的路程一样长。但走这段路，甲用了 2 小时，乙却用了 4 小时。就是说，走同样的路程时，乙用的时间是甲的 4÷2=2 倍。再看相遇点左侧的路程，甲走这段路程用了 4 小时，因为走同样长的路程时乙用的时间是甲的 2 倍，所以，乙由相遇点到达东城的时间是 4 小时的 2 倍。

$$4×（4÷2）=8（小时）$$

答：乙车再过 8 小时可以到达东城。

（二）用倍比法解工程问题

用倍比法解工程问题，不用设总工作量为“1”，学生较易理解，尤其是解某些较复杂的工程问题，用倍比法解比较简捷。

例 1　一项工程，由甲工程队修建，需要 20 天完成；由乙工程队修建，需要 30 天完成。两队合修需要多少天完成？（适于六年级程度）

解：因为甲工程队修建 20 天的工作量相当于乙工程队修建 30 天的工作量，所以甲队修建1天的工作量是乙队修建1天工作量的$\frac{30}{20}=\frac{3}{2}$（倍）。因此，在把甲队20天的工作量看作总工作量时，甲队一天修的工作量是1，乙队一天修的工作量是$\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$。两队合修完成这项工程的时间是：

$$20\div\left(1+\frac{2}{3}\right)$$
$$=20\div\frac{5}{3}$$
$$=12\text{（天）}$$

在把乙队 30 天的工作量看作总工作量时，乙队一天修的工作量是 1，则甲队一天修的工作量是$\frac{30}{20}=\frac{3}{2}$。两队合修完成这项工程的时间是：

$$30\div\left(1+\frac{3}{2}\right)$$
$$=30\div\frac{5}{2}$$
$$=30\times\frac{2}{5}$$
$$=12\text{（天）}$$

答略。

例 2　一件工作单独由一个人完成，甲要用 8 小时，乙要用 12 小时。若甲先单独做 5 小时，剩下的由乙单独做完，则乙需要做多少小时？（适于六年级程度）

解：因为甲 8 小时的工作量相当于乙 12 小时的工作量，所以，甲 1 小时的工作量是乙1小时的工作量的$\frac{12}{8}$（倍）。在把乙12小时的工作量看作工作总量时，甲5小时的工作量是$\frac{12}{8}\times5$。从12小时的工作量中减去甲5小时的工作量，剩下的便是乙单独做完这项工作所需要的时间：

$$12-\frac{12}{8}\times5$$
$$=12-7\frac{1}{2}$$
$$=4\frac{1}{2}\text{（小时）}$$

在把甲 8 小时的工作量看作工作总量时，甲 1 小时的工作量是 1，则乙

1小时的工作量是$\frac{8}{12}$。从甲工作的8小时中减去甲工作的5小时，剩下的时间中包含多少个$\frac{8}{12}$，便是乙单独做完所需要的时间：

$$
\begin{aligned}
&(8-5)\div\frac{8}{12}\\
&=3\div\frac{8}{12}\\
&=3\times\frac{12}{8}\\
&=4\frac{1}{2}\text{（小时）}
\end{aligned}
$$

答略。

例 3 某工程由甲、乙两队合做 12 天完成，现在两队合做 4 天后，余下的再由甲队单独做 10 天可以完成。问甲队单独完成这项工程需要多少天？（适于六年级程度）

解：甲、乙两队合做 4 天后，再共同完成剩下的工作量，需要的天数是 12-4=8（天）。这 8 天的工作量是甲、乙需合做 8 天才能完成的工作量。

这 8 天的工作量，甲单独做 10 天完成，就是说，甲、乙合做 1 天的工作量是甲单独做1天的工作量的$\frac{10}{8}$（倍）。

所以，甲、乙过去合做4天完成的工作量如由甲单独完成要用$\frac{10}{12-4}\times 4=5$（天），再加上后来甲单独工作的 10 天，便可得到甲队单独完成这项工程需要的天数：

$$
\begin{aligned}
&4\times\frac{10}{12-4}+10\\
&=5+10\\
&=15\text{（天）}
\end{aligned}
$$

答略。

例 4 一项工程，甲单独做 10 天完成，乙单独做 15 天完成。现在先由乙队做若干天后，甲再参加，4 天就做完了。那么乙先单独做了多少天？（适于六年级程度）

解：因为这项工程，甲单独做 10 天完成，而甲只做了 4 天，所以 10-4=6（天），这 6 天的工作量是由乙做的。而乙 1 天的工作量是甲 1 天工作量的$\frac{10}{15}$倍，所以乙单独完成甲剩下的这项工程要用$6\div\frac{10}{15}=9$（天）。从这9天中去掉乙后来与甲合做的 4 天，便得到乙先头单独做的天数：

$$(10-4)\div\frac{10}{15}-4$$
$$=6\div\frac{10}{15}-4$$
$$=9-4$$
$$=5\text{（天）}$$

答略。

***例 5　甲、乙两人同做一件工作，甲做 4 天的工作量，等于乙做 3 天的工作量，若由甲单独做这项工作需要 12 天完成。现在甲、乙两人合做 4 天后，剩下的工作由乙单独做需要几天完成？（适于六年级程度）**

解：因为乙1天的工作量是甲1天工作量的$\frac{4}{3}$倍，所以把甲1天的工作量看作“1”，乙1天的工作量就是$\frac{4}{3}$，甲、乙两人合做4天的工作量是$(1+\frac{4}{3})\times4$。

把甲单独做 12 天完成的工作量看作工作总量，从工作总量中减去甲、乙合做的工作量，剩下的就是乙单独做的工作量。

再把剩下的工作量除以乙 1 天的工作量，即得到剩下的工作由乙单独做需要几天完成。

$$[12-(1+\frac{4}{3})\times4]\div\frac{4}{3}$$
$$=[12-\frac{7}{3}\times4]\div\frac{4}{3}$$
$$=[12-\frac{28}{3}]\div\frac{4}{3}$$
$$=\frac{8}{3}\times\frac{3}{4}$$
$$=2\text{（天）}$$

答略。

十七、逆推法

小朋友在玩“迷宫”游戏时，在纵横交错的道路中常常找不到出口。有些聪明的小朋友，反其道而行之，从出口倒回去找入口，然后再沿着自己走过的路返回来。由于从出口返回时，途径单一，很快就会找到入口，然后再由原路退回，走出“迷宫”自然就不难了。

解应用题也是这样，有些应用题用顺向推理的方法很难解答，如果从问题的结果出发，从后往前逐步推理，问题就很容易得到解决了。

这种从条件或问题反过去想而寻求解题途径的方法，叫做逆推法。

用逆推法解应用题列算式时，经常要根据加减互逆，乘除互逆的关系，把原题中的加用减算，减用加算；把原题中的乘用除算，除用乘算。

（一）从结果出发逐步逆推

例 1 一个数除以 4，再乘以 2，得 16，求这个数。（适于四年级程度）

解：由最后再乘以 2 得 16，可看出，在没乘以 2 之前的数是：

$$16\div2=8$$

在没除以 4 之前的数是：

$8\times4=32$

答：这个数是 32。

*例 2 粮库存有一批大米，第一天运走 450 千克，第二天运进 720 千克，第三天又运走 610 千克，粮库现有大米 1500 千克。问粮库原来有大米多少千克？（适于四年级程度）

解：由现有大米 1500 千克，第三天运走 610 千克，可以看出，在没运走 610 千克之前，粮库中有大米：

1500+610=2110（千克）

在没运进 720 千克之前，粮库里有大米：

2110-720=1390（千克）

在没运走 450 千克之前，粮库里有大米：

1390+450=1840（千克）

答：粮库里原来有大米 1840 千克。

*例 3 某数加上 9 后，再乘以 9，然后减去 9，最后再除以 9，得 9。问这个数原来是多少？（适于四年级程度）

解：由最后除以 9，得 9，看得出在除以 9 之前的数是：

$$9\times9=81$$

在减去 9 之前的数是：

$$81+9=90$$

在乘以 9 之前的数是：

$$90\div9=10$$

在加上 9 之前，原来的数是：

$$10-9=1$$

答：这个数原来是 1。

*例 4 解放军某部进行军事训练，计划行军 498 千米，头 4 天每天行 30 千米，以后每天多行 12 千米。求还要行几天？（适于五年级程度）

解：从最后一个条件“以后每天多行 12 千米”可求出，以后每天行的路程是：

30+12=42（千米）

从头 4 天每天行 30 千米，可求出已行的路程是：

30×4=120（千米）

行完 4 天后剩下的路程是：

498-120=378（千米）

还要行的天数是：

378÷42=9（天）

综合算式：

（498-30×4）÷（30+12）

=378÷42

=9（天）

答略。

*例 5 仓库里原有化肥若干吨。第一次取出全部化肥的一半多 30 吨，第二次取出余下的一半少 100 吨，第三次取出 150 吨，最后剩下 70 吨。这批化肥原来是多少吨？（适于五年级程度）

解：从“第三次取出 150 吨，最后剩下 70 吨”可看出，在第三次取出之前仓库里有化肥：

70+150=220（吨）

假定第二次取出余下的一半，而不是少 100 吨，则第二次取出后，仓库剩下化肥：

220-100=120（吨）

第二次取出之前，仓库中有化肥：

120×2=240（吨）

假定第一次正好取出一半，而不是多 30 吨，则第一次取出一半后，仓库里剩下化肥：

240+30=270（吨）

仓库中原有化肥的吨数是：

270×2=540（吨）

综合算式：

[（150+70-100）×2+30]×2

=[120×2+30]×2

=270×2

=540（吨）

答略。

*例6 一个书架上有三类图书，其中科普读物和文艺读物占三类图书的 $\frac{3}{10}$，文艺读物占科普读物和文艺读物的 $\frac{3}{5}$，少儿读物是630本。这个书架上共有多少本图书？有科普读物多少本？（适于六年级程度）

解：最后一个条件是“少儿读物是630本”，由于科普读物和文艺读物占三类书的 $\frac{3}{10}$，因此630本的对应分率是：

$$1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$$

所以，这个书架上共有书：

$$630\div\frac{7}{10}=900\text{（本）}$$

有科普读物和文艺读物：

$$900\times\frac{3}{10}=270\text{（本）}$$

有科普读物：

$$270\times\left(1-\frac{3}{5}\right)$$
$$=270\times\frac{2}{5}$$
$$=108\text{（本）}$$

答略。

（二）借助线段图逆推

*例1 有一堆煤，第一次运走一半多10吨，第二次运走余下的一半少3吨，还剩下25吨。问这堆煤原来是多少吨（适于五年级程度）

解：作图17-1（见下页）。

从图17-1可看出，余下的一半是：

25-3=22

所以，余下的煤是：

22×2=44（吨）

全堆煤的一半是：

44+10=54（吨）

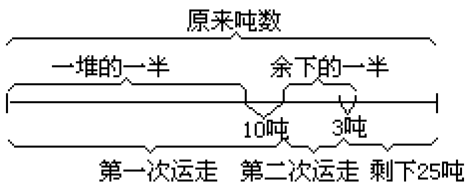


图 17-1

原来这堆煤是：

54×2=108（吨）

答略。

*例 2 服装厂第一车间的人数占全厂人数的 25%，第二车间的人数比第一车间少 $\frac{1}{5}$，第三车间的人数比第二车间人数多 $\frac{3}{10}$ 第三车间有156人。问这个服装厂共有多少人？（适于六年级程度）

解：作图 17-2（见下页），用三条线段表示三个车间的人数。

因为第三车间的156人比第二车间多 $\frac{3}{10}$，所以第三车间的156人是第二车间的：

$$1+\frac{3}{10}=1\frac{3}{10}$$

第二车间人数是：

$$156\div1\frac{3}{10}=120\text{（人）}$$

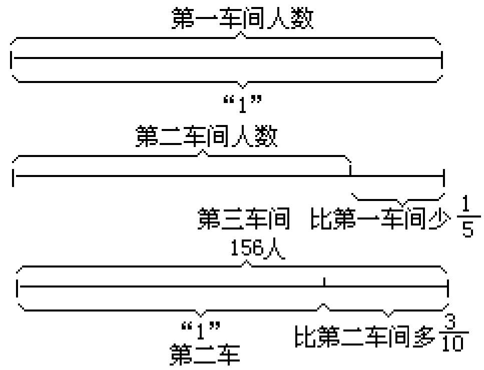


图 17-2

因为第二车间有120人，比第一车间的人数少 $\frac{1}{5}$，所以第二车间人数是第一车间人数的：

$$1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

第一车间人数是：

$$120\div\frac{4}{5}=150\text{（人）}$$

全厂人数是：

150÷25%=600（人）

综合算式：

$$156\div\left(1+\frac{3}{10}\right)\div\left(1-\frac{1}{5}\right)\div25\%$$
$$=156\div1\frac{3}{10}\div\frac{4}{5}\div25\%$$
$$=600\text{（人）}$$

（三）借助思路图逆推

例 1 某工程队原计划 12 天修公路 2880 米，由于改进了工作方法，8 天

就完成了任务。问实际比原计划每天多修多少米？（适于四年级程度）

解：作思路图（图 17-3）。

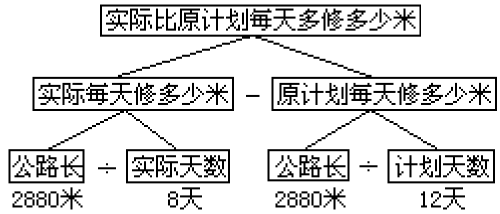


图 17-3

求实际比原计划每天多修多少米，必须知道实际每天修多少米和原计划每天修多少米。

求实际每天修多少米，就要知道公路的长和实际修完的天数。

实际每天修的米数是：

2880÷8=360（米）

求原计划每天修多少米，就要知道公路的长和原计划要修的天数。

原计划每天修的米数是：

2880÷12=240（米）

实际比原计划每天多修的米数是：

360-240=120（米）

答略。

*例 2 某机床厂去年每月生产机床 5 台，每月用去钢材 4000 千克；今年每月生产的机床台数是去年的 4 倍,平均每台机床比去年少用钢材 200 千克。今年每月用的钢材是去年每月所用钢材的几倍？（适于五年级程度）

解：作思路图（图 17-4）。

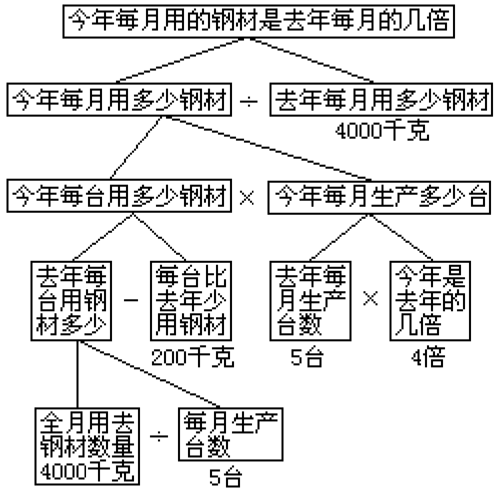


图 17-4

从图 17-4 的下边开始看，逐步往上推理。

（1）去年每台用钢材多少？

4000÷5=800（千克）

（2）今年每台用多少钢材？

800-200=600（千克）

（3）今年每月生产多少台？

5×4=20（台）

（4）今年每月用多少钢材？

600×20=12000（千克）

（5）今年每月用的钢材是去年每月所用钢材的几倍？

12000÷4000=3（倍）

综合算式：

（4000÷5-200）×（5×4）÷4000

=600×20÷4000

=3（倍）

答略。

（四）借助公式逆推

例 1 一个三角形的面积是 780 平方厘米，底是 52 厘米。问高是多少？（适于五年级程度）

解：计算三角形面积的公式是：面积=底×高÷2，逆推这个公式得：

高=面积×2÷底

所以，这个三角形的高是：

780×2÷52=30（厘米）

答略。

例 2 求图 17-5 平行四边形中 CD 边的长。（单位：厘米）（适于五年级程度）

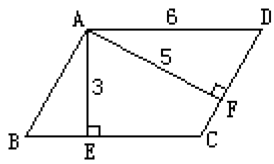


图 17-5

解：因为平行四边形的面积是：

BC×AE=6×3=18

平行四边形的面积也是：

CD×AF=5CD

所以，5CD=18

CD=18÷5

=3.6（厘米）

答略。

例 3 一个圆锥体的体积是 84.78 立方厘米，底面的直径是 6 厘米。求它的高是多少。（适于六年级程度）

解：底面圆的直径是 6 厘米，则半径就是 3 厘米。

由 $V=1/3\pi R^2h$ 逆推得：

$$h=V\times 3\div \pi \div R^2$$

因此，它的高是：

$$84.78\times 3\div 3.14\div 3^2$$

$$=254.34\div 3.14\div 3^2$$

=9（厘米）

答略。

（五）借助假设法逆推

例1　老张取出自己存款的$\frac{1}{4}$，买一个书橱用了150元，取出的钱还剩下$\frac{2}{3}$。问张老师原有存款多少元？（适于六年级程度）

解：假设取出存款后没有买书橱，则 150 元是取出的钱的：

$$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

取出的钱是：

150×3=450（元）

老张原有的存款是：

450×4=1800（元）

答略。

例 2 供销社分配给甲、乙、丙三个乡若干吨化肥。甲乡分得总数的一半少 2 吨，乙乡分得剩下的一半又多半吨，最后剩下的 8 吨分给丙乡。问原来共有化肥多少吨？（适于六年级程度）

解：假设乙乡分得剩下一半，而不是又多半吨，则乙乡分走后剩下的化肥是：

$$8+\frac{1}{2}=8\frac{1}{2}\text{（吨）}$$

乙乡分走前的化肥是：

$$8\frac{1}{2}\times 2=17\text{（吨）}$$

假设甲乡分得总数的一半，而不是少 2 吨，则甲乡分走化肥：

17-2=15（吨）

这 15 吨正好是原有化肥吨数的一半，所以原来共有化肥：

15×2=30（吨）

综合算式：

$$\begin{aligned}&[（8+\frac{1}{2}）\times 2-2]\times 2\\&=15\times 2\\&=30\text{（吨）}\end{aligned}$$

答略。

（六）借助对应法逆推

例1 食堂有若干包大米，吃掉了大米包数的$\frac{3}{5}$后，又买进25包，这时存米量是原来包数的$\frac{1}{2}$。问食堂原有大米多少包？（适于六年级程度）

解：吃掉大米包数的$\frac{3}{5}$后，还剩：

$$1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$$

又买进25包时，存米量是原来的$\frac{1}{2}$，看来25包所对应的分率是：

$$\frac{1}{2}-\frac{2}{5}$$

所以，食堂原来有大米：

$$25\div（\frac{1}{2}-\frac{2}{5}）=250（包）$$

综合算式：

$$\begin{aligned}&25\div[\frac{1}{2}-（1-\frac{3}{5}）]\\&=25\div\frac{1}{10}\\&=250（包）\end{aligned}$$

答略。

*例2 用拖拉机耕一片地，第一天耕了这片地的$\frac{1}{3}$又3亩，第二天耕的地比余下的$\frac{3}{5}$少2亩，还剩下12亩没有耕。问这片地共有多少亩？（适于六年级程度）

解：由“第二天耕的地比余下的$\frac{3}{5}$少2亩，还剩下12亩没有耕”可得出，（12-2）亩所对应的分率是：

$$1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$$

所以，第一天耕地后余下的亩数是：

$$\begin{aligned}&（12-2）\div\frac{2}{5}\\&=10\div\frac{2}{5}\\&=25（亩）\end{aligned}$$

假设第一天耕了这片地的$\frac{1}{3}$，则余下的亩数是：

25+3=28（亩）

28亩所对应的分率是：

$$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

所以，这片地的亩数是：

$$28\div\frac{2}{3}=42(\text{亩})$$

综合算式：

$$\begin{aligned}&[(12-2)\div(1-\frac{3}{5})+3]\div(1-\frac{1}{3})\\&=[10\div\frac{2}{5}+3]\div\frac{2}{3}\\&=28\div\frac{2}{3}\\&=42(\text{亩})\end{aligned}$$

答略。

十八、图解法

图形是数学研究的对象，也是数学思维和表达的工具。

在解答应用题时，如果用图形把题意表达出来，题中的数量关系就会具体而形象。图形可起到启发思维、支持思维、唤起记忆的作用，有利于尽快找到解题思路。有时，作出了图形，答案便在图形中。

（一）示意图

示意图是为了说明事物的原理或具体轮廓而绘成的略图。

小学数学中的示意图简单、直观、形象，使人容易理解图中的数量关系。

例 1 妈妈给兄弟二人每人 10 个苹果，哥哥吃了 8 个，弟弟吃了 5 个。谁剩下的苹果多？多几个？（适于四年级程度）

解：作图 18-1。

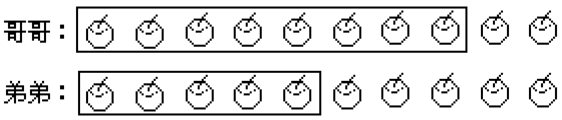


图 18-1

哥哥吃了 8 个后，剩下苹果：

10-8=2（个）

弟弟吃了 5 个后，剩下苹果：

10-5=5（个）

弟弟剩下的苹果比哥哥的多：

5-2=3（个）

答：弟弟剩下的苹果多，比哥哥的多 3 个。

例 2 一桶煤油，倒出 40%，还剩 18 升。这桶煤油原来是多少升？（适于六年级程度）

解：作图 18-2。

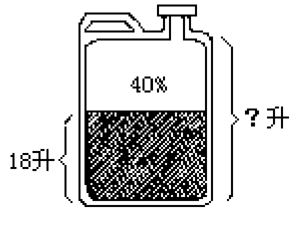


图 18-2

从图中可看出，倒出 40%后，还剩：

1-40%=60%

这 60%是 18 升所对应的百分率，所以这桶油原来的升数是：

18÷60%=30（升）

答略。

例 3 把 2 米长的竹竿直立在地面上，量得它的影长是 1.8 米，同时量得

电线杆的影长是 5.4 米。这根电线杆地面以上部分高多少米？（适于六年级程度）

解：根据题意画出如图 18-3（见下页）的示意图。

同一时间，杆长和影长成正比例。设电线杆地面以上部分的高是 x 米，得：

1.8∶5.4=2∶x

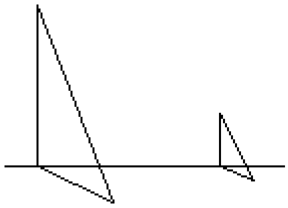


图 18-3

$$x=\frac{5.4\times2}{1.8}$$

$x=6$（米）

答略。

（二）线段图

线段图是以线段的长短表示数量的大小，以线段间的关系反映数量间关系的一种图形。在小学数学应用题教学中线段图是使用最多、最方便的一种图形。

例 1 王明有 15 块糖，李平的糖是王明的 3 倍。问李平的糖比王明的糖多多少块？（适于三年级程度）

解：作图 18-4（见下页）。

从图 18-4 可看出，把王明的 15 块糖看作 1 份数，那么李平的糖就是 3 份数。

李平比王明多的份数是：

3-1=2（份）

李平的糖比王明的糖多：

15×2=30（块）

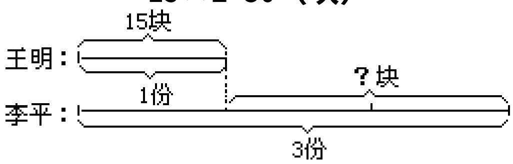


图18-4

综合算式：

15×（3-1）

=15×2

=30（块）

答略。

例 2 托尔斯泰是俄罗斯伟大作家，享年 82 岁。他在 19 世纪中度过的时

间比在20世纪中度过的时间多62年。问托尔斯泰生于哪一年？去世于哪一年？（适于四年级程度）

解：作图18-5。

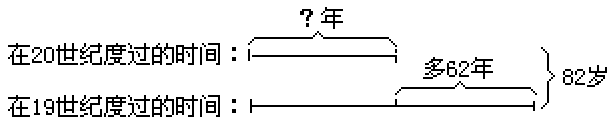


图 18-5

从图18-5可看出，他在20世纪度过的时间是：

（82-62）÷2

＝20÷2

=10（年）

由此看出，他死于1910年。他出生的时间是：

1910-82=1828（年）

答略。

例3 小明看一本小说，第一天看了全书的$\frac{1}{8}$还多21页，第二天看了全书的$\frac{1}{6}$少4页，这时剩下102页。问这本小说一共有多少页？（适于六年级程度）

解：作图18-6。

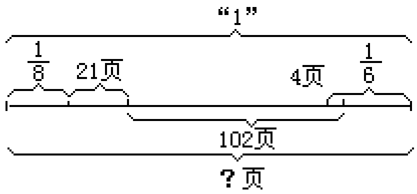


图 18-6

从图18-6可看出，看过$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{6}$后，剩下的分率是：

$$
\begin{aligned}
&1-\frac{1}{8}-\frac{1}{6}\\
&=\frac{7}{8}-\frac{1}{6}\\
&=\frac{42-8}{48}\\
&=\frac{17}{24}
\end{aligned}
$$

$\frac{17}{24}$所对应的页数是：

$21+102-4=119$（页）

这本小说的页数是：

$119\div\frac{17}{24}=168$（页）

综合算式：

$$(21+102-4) \div (1-\frac{1}{8}-\frac{1}{6})$$
$$=119\div\frac{17}{24}$$
$$=168（页）$$

答略。

（三）思路图

小学数学中的许多应用题，需要用综合法或分析法分析解答。如果把思维的过程用文字图形表示出来，就有助于正确选择已知数量，提出中间问题，理清数量关系，从而顺利解题。这种表示思维过程的图形就是思路图。

例题参见前面的分析法和综合法。

（四）正方形图

借助正方形图解应用题，就是以正方形的边长、面积表示应用题中的数量，使应用题数量之间的关系具体而明显地呈现出来，从而达到便于解题的目的。

例 1 农民张成良，把自己承包的土地的一半种了玉米，$\frac{1}{4}$种了高粱，$\frac{1}{8}$种了大豆。在剩下的2公顷地里种了棉花。农民张成良承包了多少公顷土地？（适于四年级程度）

解：根据题意作图 18-7。

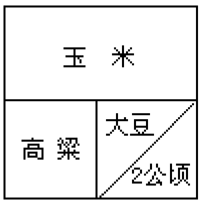


图 18-7

从图18-7可以看出，2公顷土地占全部土地的$\frac{1}{8}$。

所以，他承包的土地是：

2×8=16（公顷）

答略。

例 2 有大小两个正方形，其中大正方形的边长比小正方形的边长多 4 厘米，面积比小正方形的面积大 96 平方厘米。求大、小正方形的面积各是多少平方厘米？（适于六年级程度）

解：求大、小正方形的面积，应知道大、小正方形的边长，但题中没有说，也不好直接求出来。借助画图形的方法可轻易解决这个问题。

根据题意作图 18-8。

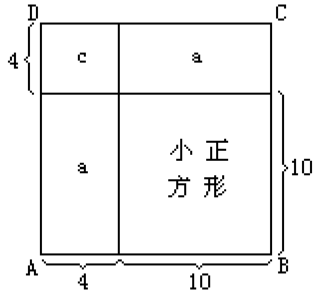


图 18-8

图中大正方形 ABCD 的面积比小正方形的面积大 96 平方厘米。这 96 平方厘米的面积是由两个长方形 a 及比长方形还小的正方形 c 构成。从 96 平方厘米减去正方形 c 的面积，再除以 2 就可求出长方形 a 的面积。

（96-4×4）÷2=40（平方厘米）

因为长方形 a 的宽是 4 厘米，所以长方形 a 的长是：

40÷4=10（厘米）

因为 10 厘米也是小正方形的边长，所以小正方形的面积是：

10×10=100（平方厘米）

大正方形的边长是：

4+10=14（厘米）

大正方形的面积是：

14×14=196（平方厘米）

答略。

（五）长方形图

借助长方形图解应用题，是以长方形的长表示一种数量，以长方形的宽表示另一种数量，以长方形的面积表示这两种数量的积。它能把抽象的数量关系转化为具体形象的面积来计算问题。

*例 1 甲、乙两名工人做机器零件，每天甲比乙多做 10 个。现在甲工作 15 天，乙工作 12 天，共做出 1500 个零件。问甲、乙两人每天各做多少个零件？（适于五年级程度）

解：根据题意作图 18-9（见下页）。

图 18-9 中，以左边长方形的长表示甲工作 15 天，以左边长方形的宽表示甲每天做多少个；以右边长方形的长表示乙工作 12 天，以右边长方形的宽表示乙每天做多少个。

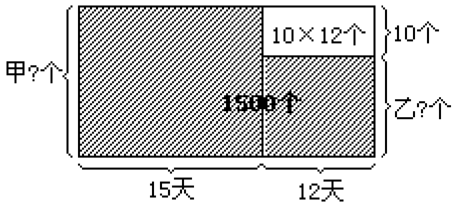


图 18-9

图中右上角那个长方形的宽表示甲每天比乙多做 10 个，所以，乙在 12 天中比甲少做零件：

10×12=120（个）

图中全部阴影部分的面积表示甲、乙共做的零件 1500 个。

从图 18-9 可以看出，整个大长方形面积所表示的零件的个数是：

1500+120=1620（个）

这个长方形的长表示甲、乙共同工作的天数：

15+12=27（天）

因为大长方形的宽表示甲每天做零件的个数，所以甲每天做零件的个数是：

1620÷27=60（个）

乙每天做零件的个数是：

60-10=50（个）

答略。

* 例 2 某商店卖出苹果、鸭梨和桔子共 25 筐，其中鸭梨的筐数是桔子筐数的 2 倍。苹果每筐卖 90 元，鸭梨每筐卖 72 元，桔子每筐卖 60 元，共卖得 1854 元。问卖出苹果、鸭梨和桔子各多少筐？（适于六年级程度）

解：根据题意作图 18-10。

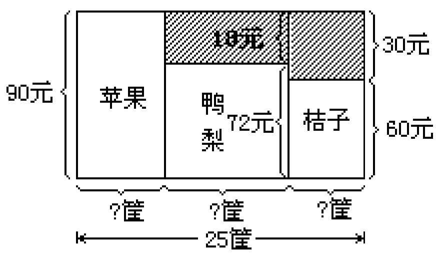


图 18-10

图 18-10 中阴影部分表示，如果 25 筐都是苹果，则所造成的差价是：

90×25-1854=396（元）

每卖出 1 筐桔子、2 筐鸭梨、3 筐苹果的差价是：

（90-72）×2+（90-60）

=36+30

=66（元）

因此，桔子的筐数是：

396÷66=6（筐）

鸭梨的筐数是：

6×2=12（筐）

苹果的筐数是：

25-6-12=7（筐）

答略。

（六）条形图

条形图是把长方形的长画得比较长，把长方形的宽画得比较短的一种图形。条形图一般以长方形的长表示数量。条形图可以画成竖的，也可以画成横的。题中不同的数量可用不同的阴影线或不同的颜色表示。题中的数量可写在长方形内，也可写在长方形外面。

条形图比线段图更直观一些，在用来解某些应用题时效果要比线段图好。

例1 甲、乙两个煤场共存煤875吨。甲场运走存煤量的$\frac{2}{3}$，乙场运走75吨后，两场所剩煤的数量相等。甲、乙两个煤场原来各存煤多少吨？（适于六年级程度）

解：作图 18-11。

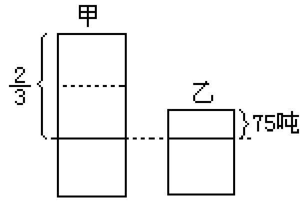


图 18-11

从图中可看出，从 875 吨中减去 75 吨后，甲煤场的煤就相当于乙煤场煤的 3 倍，两个煤场所存煤共分为 4 份。

其中一份是：

$$(875-75)\div(3+1)$$
$$=800\div4$$
$$=200（吨）$$

乙煤场原来的存煤吨数是：

$$200+75=275（吨）$$

甲煤场原来存煤的吨数是：

$$200\times3=600（吨）$$

答略。

例2 甲、乙两个粮库共存粮420吨。运出甲粮库粮食的$\frac{1}{3}$和乙粮库粮食的$\frac{1}{4}$，一共是125吨。问甲、乙两个粮库原来各存粮食多少吨？（适于六年级程度）

解：作图 18-12。

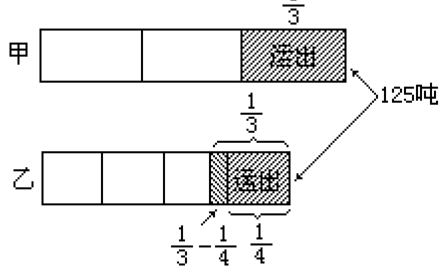


图 18-12

从图中可看出，如果甲、乙两个粮库都运出所存粮食的$\frac{1}{3}$，则两库共运出粮食：

$$420\times\frac{1}{3}=140（吨）$$

但是，实际上是运出 125 吨。这 140 吨比实际运出的多：

$$140-125=15（吨）$$

所以 15 吨所对应的分率是：

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$$

乙库原来的存粮吨数是：

$$15\div\frac{1}{12}=180\text{（吨）}$$

甲库原来的存粮吨数是：

420-180=240（吨）

答略。

*例 3 一组割草人要把大、小两块草地的草割掉，其中大块草地的面积是小块草地面积的 2 倍。全体组员用半天的时间割大块草地的草。下午一半的组员仍停留在大块草地上割，另一半到小块草地上割。到傍晚时，大块草地的草全部割完，而小块草地还剩下一小块。这剩下的一小块，第二天一个人用一天的时间就割完了。这组割草的一共有多少人？（适于六年级程度）

解：作图 18-13 表示两块草地。图中上面的长方形表示大块草地，把它看作“1”；下面的长方形表示小块草地，它就是 1/2。

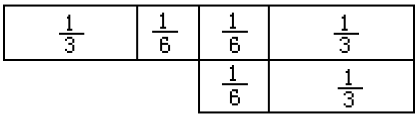


图 18-13

全体组员割一个上午后，一半的组员又割一个下午就把大块地的草割完，这就是说，要是用一半的组员单独割大块草地的草，就要用 3 个半天，而在
半天里，一半的组员只能割完大块草地的$\frac{1}{3}$。

有一半的组员下午去割小块草地的草，割到傍晚还剩下一小块。因为小块草地的草是大块草地草的$\frac{1}{2}$，一半的组员半天只能割完大块草地的$\frac{1}{3}$，所以这剩下的一小块是大块草地的：

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\text{（看图中下面长方形中的}\frac{1}{6}\text{）}$$

这$\frac{1}{6}$若用一个人割需用一天，那么一天要把大块草地的草割完要用的人数是：

$$1\div\frac{1}{6}=6\text{（人）},$$

这就是说，6 个人一天可以把大块草地割完，一个人一天割大块地的

$\frac{1}{6}$。

因为，全体组员一天干的工作量是（$1\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$），而一个人一天割$\frac{1}{6}$，所以全体组员人数是：

$$\left(1\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)\div\frac{1}{6}=8\text{（人）}$$

答略。

（七）圆形图

借助圆形图解应用题，是以圆的面积或周长表示题中的数量，并在圆周内、外标上数字、符号，从而达到便于分析数量关系的目的。

例 1 甲、乙两个学生同时从同一起点沿着一个环形跑道相背而跑。甲每秒钟跑 8 米，乙每秒钟跑 7 米，经过 20 秒钟两人相遇。求环形跑道的周长。（适于五年级程度）

解：作图 18-14。

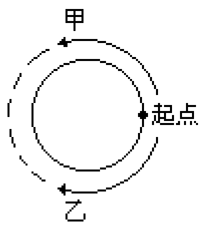


图 18-14

从图中可看出，甲、乙两人跑的路程的总和就是圆的周长。根据“速度和×相遇时间=相遇路程”，可求出环形跑道的周长：

（7+8）×20=300（米）

答略。

例2 一台拖拉机三天耕完一块土地。已知第一天耕完这块地的$\frac{1}{4}$，第二天耕完余下的$\frac{5}{6}$，第三天耕了0.4公顷。

问这块土地有多少公倾？（适于六年级程度）

解：作图 18-15。

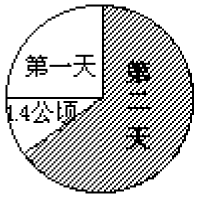


图 18-15

从图中可看出，第二天耕完这块土地的：

$$（1-\frac{1}{4}）\times\frac{5}{6}=\frac{5}{8}$$

第三天耕了这块地的：

$$1-\frac{1}{4}-\frac{5}{8}=\frac{1}{8}$$

$\frac{1}{8}$与0.4公顷相对应，所以这块土地的亩数是：

$$0.4\div\frac{1}{8}=3.2（公顷）$$

综合算式：

$$0.4\div[1-\frac{1}{4}-(1-\frac{1}{4})\times\frac{5}{6}]$$

$$=0.4\div\frac{1}{8}$$

=3.2（公顷）

答略。

例 3 有三堆棋子，这三堆棋子所含棋子的个数一样多，且都只有黑、白两色棋子。第一堆里的黑子与第二堆的白子一样多，第三堆里的黑子占全部黑子的$\frac{2}{5}$。如果把这三堆棋子集中在一起，白子占全部棋子的几分之几？（适于六年级程度）

解：作图 18-16。

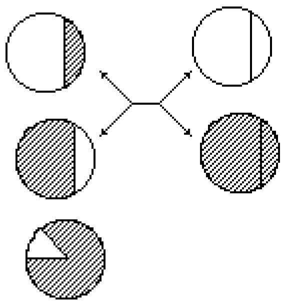


图 18-16

从图中可看出，把第一堆里的黑子与第二堆里的白子交换，则第一堆全是白子，第二堆全是黑子。

因为第三堆的黑子占全部黑子的$\frac{2}{5}$，交换黑、白子后第二堆全是黑子，并占全部黑子的$1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$，并且三堆棋子的个数同样多，所以第三堆的棋子数相当于全部黑子的$\frac{3}{5}$，其中白子相当于全部黑子的$\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$。

因为第一堆与第二堆的棋子数相同，所以第一堆的白子数与第二堆的黑子数相同，也相当于黑子数的$\frac{3}{5}$。

这样以黑子数为标准量“1”，白子的总份数是$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$，三堆棋子的总份数是$\frac{3}{5}\times3$。

所以，白子占全部棋子的：

$$\frac{\frac{1}{5}+\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}\times 3}=\frac{\frac{4}{5}}{\frac{9}{5}}=\frac{4}{9}$$

答：白子占全部棋子的$\frac{4}{9}$。

*例 4　甲、乙两人同时从环形路的同一点出发，同向环行。甲每分钟走 70 米，乙每分钟走 46 米。环形路的长是 300 米。他们出发后，在 1 小时 20 分里相会几次？到 1 小时 20 分时两人的最近距离是多少米？(适于五年级程度)

解：作图 18-17。

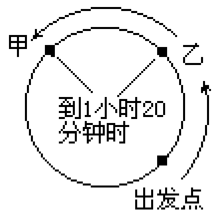


图 18-17

甲、乙二人 1 分钟的速度差是：

70-46=24（米）

由二人出发到第一次相会所需的时间是：

300÷24=12.5（分）

1 小时 20 分钟即为 80 分钟。80 分钟内包含几个 12.5 分钟，二人即相会几次。80 分钟内包括 6 个 12.5 分钟，还多 5 分钟，即二人相会 6 次。

由于第六次相会后还走 5 分钟，所以甲乙之间相隔：

24×5=120（米）

此时，甲、乙之间还有一个距离是：

300-120=180（米）

180＞120 米

答：在 1 小时 20 分钟里两人相会 6 次；到 1 小时 20 分钟时，两人的最近距离是 120 米。

（八）染色图

在图中用不同的颜色表示不同的内容或不同的数量，以利于解题的图形叫染色图。染色图是解决数学题和智力题常用的一种图形。

*例 1　图 18-18 是某湖泊的平面图，图中的所有曲线都表示湖岸。某人从岸边 A 点到 B 点至少要趟几次水？B 点是在水中还是在岸上？（适于高年级程度）

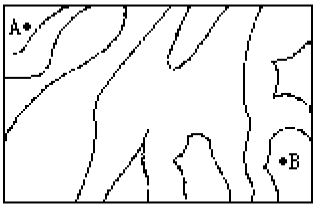


图 18-18

解：这个问题好像很难解答。但我们按“图中所有曲线都是表示湖岸”的已知条件，将湖面染上色，湖岸部分就显示出来了，答案也就一目了然了（图 18-19）。

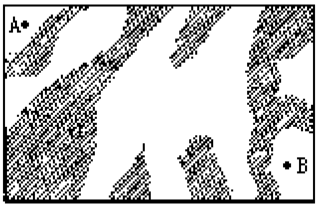


图 18-19

答：他至少要趟 3 次水才能达到 B 处，B 点在湖岸上。

* 例 2 如图 18-20，某展览馆有 36 个展室，每两个相邻展室之间均有门相通。问你能否从图中入口进去，不重复地参观完每个展室后，再从出口处出来？（适于高年级程度）

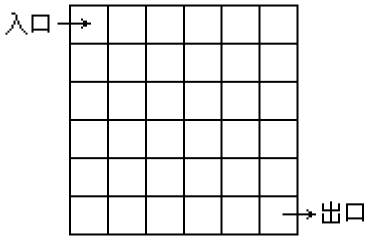


图 18-20

解：作图 18-21。把图中 36 个方格相间地染上黑色。因入口处是白格，参观时若依顺序将展室编号，那么进入第奇数号展室时，应是白格位置；进第偶数号展室应是黑格。即应按白→黑→白→黑→……顺序交替参观。

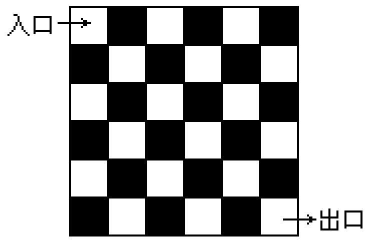


图 18-21

参观者最后离开的是第 36 号展室，它是偶数，按上面的分析它应是黑格，但图中实际为白色方格。这说明题中要求的参观方式是不可能实现的。

答略。

*例 3 将图 18-22 矩形 ABCD 的一边 AD 分成 6 小段，其中线段 1+线段 3+线段 5=线段 2+线段 4+线段 6。连结对角线 BD，用红（图中用横线表示）、

蓝（图中用坚线表示）两色将图形分别染色。问图中染红色部分面积与染蓝色部分面积哪个大？（适于高年级程度）

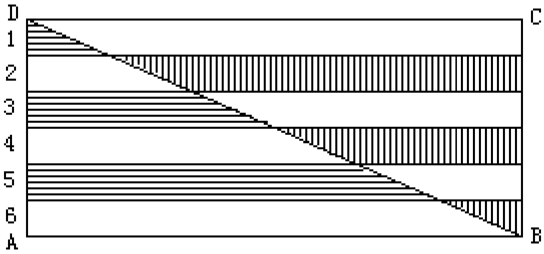


图 18-22

解：此题利用三角形、梯形面积公式可算出结果，但较麻烦。用染色的方法解此题比较简捷。

先将图中 BD 线左下面的空白处染上黑色，用 $S_{红}$、$S_{蓝}$、$S_{黑}$分别表示染红、蓝、黑三种颜色图形的面积（图 18-23）。

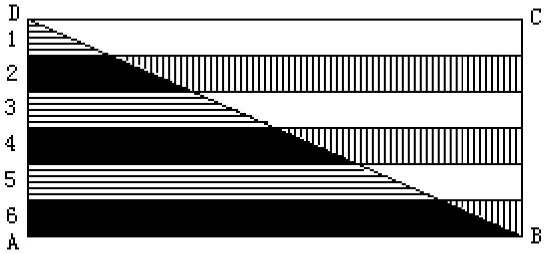


图 18-23

从图 18-23 很容易看到：

$$S_{红}+S_{黑}=S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\square ABCD}$$

另外，$S_{蓝}+S_{黑}$等于 3 个小矩形面积的和，而它恰好等于矩形 ABCD 面积的一半，即：

$$\begin{aligned}&S_{蓝}+S_{黑}\\=&S_{\square 2}+S_{\square 4}+S_{\square 6}\\=&\frac{1}{2}S_{\square ABCD}\end{aligned}$$

这就是说：

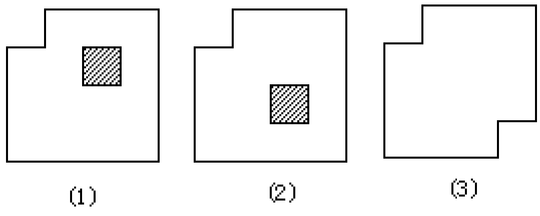
$$S_{红}+S_{黑}=S_{蓝}+S_{黑}$$

从上面算式的两边同时减去 $S_{黑}$，得：

$$S_{红}=S_{蓝}$$

答：图中染红色部分的面积与染蓝色部分的面积一样大。

*例 4　图 18-24 的图形是从 4×4 的正方形纸上剪去两个 1×1 的小方纸片后得到的。它们的面积都是 14。若把它们剪成 1×2 的小矩形，最多能剪几个？为什么？（适于高年级程度）



(1)　(2)　(3)

图 18-24

解：图 18-24 的三个图形除了（1）可以剪出 7 个 1×2 的小矩形外，（2）、（3）不管怎么剪，至多都只能剪出 6 个来。原因是：

分别用黑白两色对图形（1）、（2）、（3）相间地涂色（图 18-25）。从它们上面剪下来的每一个小矩形都由两个相邻的小方格组成，这两个小方格上涂有不同的颜色，如图 18-25 中

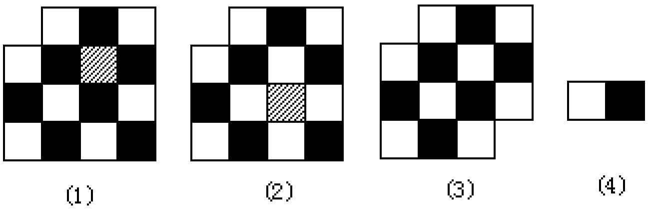


图 18-25

（4）。既然每个 1×2 的小矩形都由一个白色格和一个黑色格组成（因为三个图形的面积都是 14 个方格，把它们剪成 1×2 的小矩形，照面积来算，似乎都应剪出 7 个来），要想剪出 7 个小矩形，当然得有 7 个白格和 7 个黑格，但在图 18-25 中，只有图形（1）是这样的，图形（2）、（3）都有 8 个白格和 6 个黑格。故它们只能剪出 6 个小矩形。

答略。

十九、对应法

解应用题时要找出题中数量间的对应关系。如解平均数应用题需找出“总数量”所对应的“总份数”；解倍数应用题需找出具体数量和倍数的对应关系；解分数应用题需找出数量与分率的对应关系。因此，找出题中“对应”的数量关系，是解答应用题的基本方法之一。

用对应的观点，发现应用题数量之间的对应关系，通过对应数量求未知数的解题方法，称为对应法。

解答复杂的分数应用题，关键就在于找出具体数量与分率的对应关系。

（一）解平均数应用题

在应用题里，已知几个不相等的已知数及份数，要求出总平均的数值，称为求平均数应用题。

解平均数应用题，要找准总数量与总份数的对应关系，然后再按照公式“$\underbrace{\text{总数量}\div\text{总份数}}_{\text{对应}}=\text{平均数}$”来计算。

例 1 同学们参加麦收劳动。第一天收麦 16 亩，第二天上午收麦 8 亩，下午收麦 12 亩。平均每天收麦多少亩？（适于三年级程度）

解：本题的总份数是 2 天（注意：总份数不是 3 天），2 天所对应的总数量是（16+8+12）亩。

所以，平均每天收麦亩数是：

（16+8+12）÷2
=36÷2
=18（亩）

答略。

例 2 服装厂一、二月份共生产 13356 套服装，三月份生产 12030 套服装。第一季度平均每月生产多少套服装？（适于三年级程度）

解：本题的总份数是 3 个月（注意：不是 2 个月），与 3 相对应的总数是（13356+12030）套。

所以，平均每个月生产服装的套数是：

（13356+12030）÷3
=25386÷3
=8462（套）

答略。

例 3 河南乡有两块稻谷实验田。第一块 8 亩，平均亩产稻谷 550 千克；第二块 6 亩，共产稻谷 2880 千克。这两块试验田平均亩产稻谷多少千克？（适于四年级程度）

解：求平均亩产量，总份数就是总亩数（8+6）亩，和总份数对应的总数量就是总产量（550×8+2880）千克。

所以，这两块试验田平均亩产稻谷的数量是：

（550×8+2880）÷（8+6）

=7280÷14

=520（千克）

答略。

例 4 甲、乙两地相距 10.5 千米。某人从甲地到乙地每小时走 5 千米，从乙地返回甲地每小时走 3 千米。求他往返的平均速度。（适于五年级程度）

解：有的同学以（5+3）÷2=4（千米/小时）这种方法解答此题。这个算式里没有某人走的总路程和与总路程所对应的时间，所以这种算法是错误的。

此题的总路程是 10.5×2 千米，与总路程相对应的总时间是（10.5÷5+10.5+3）小时。

所以他往返的平均速度是：

10.5×2÷（10.5÷5+10.5÷3）

=21÷5.6

=3.75（千米/小时）

答略。

（二）解倍数应用题

已知两个数的倍数关系以及它们的和，求这两个数的应用题，称为和倍应用题；已知两个数的倍数关系以及它们的差，求这两个数的应用题，称为差倍应用题。

总起来讲，已知各数量之间的倍数关系和其他条件，求各个数量大小的这类应用题，就叫做倍数应用题。

在解倍数应用题时，要找准具体数量和倍数的对应关系。然后，利用下面的公式求出 1 倍数，使问题得到解决。

$\overbrace{\text{总数÷倍数}}^{\text{对应}}\text{=1 倍数}$

$\overbrace{\text{数量和÷倍数和}}^{\text{对应}}\text{=1 倍数}$

$\overbrace{\text{数量差÷倍数差}}^{\text{对应}}\text{=1 倍数}$

例 1 甲、乙两筐中有重量相同的苹果。由甲筐卖出 75 千克，由乙筐卖出 97 千克后，甲筐剩下苹果的重量是乙筐剩下苹果重量的 3 倍。乙筐现在有苹果多少千克？（适于四年级程度）

解：根据“由甲筐卖出 75 千克，由乙筐卖出 97 千克后，甲筐剩下苹果的重量是乙筐剩下苹果重量的 3 倍”，可看出：

由甲筐卖出的少，由乙筐卖出的多，甲筐剩下的多，乙筐剩下的少；乙筐剩下的苹果是 1 倍数，甲筐剩下的苹果是 3 倍数。

甲筐剩下的苹果比乙筐剩下的苹果多：

3-1=2（倍）

这 2 倍数所对应的数量是：

97-75=22（千克）

因为乙筐剩下的苹果是 1 倍数，所以乙筐现在有苹果：

22÷2=11（千克）

答略。

例 2 甲、乙两个粮库共存粮食 107 吨。甲库运出 23 吨粮食后，乙库所存粮是甲库的 3 倍。甲粮库原来存粮多少吨？（适于五年级程度）

解：由题意“ 甲库运出 23 吨粮食后，乙库所存粮食是甲库的 3 倍 ” 可看出，甲库运出 23 吨粮食后，甲、乙两库共剩粮食：

107-23=84（吨）

甲库存粮是 1 倍数，乙库存粮是 3 倍数，84 吨所对应的倍数是（1+3）倍。

所以，甲库现在存粮食：

84÷（1+3）=21（吨）

甲库原来存粮食：

21+23=44（吨）

答略。

例 3 春光农场两组工人收桔子。第一组收的桔子是第二组所收桔子的 3 倍少 50 千克，比第二组多收 3150 千克。两组各收桔子多少千克？（适于五年级程度）

解：因为第一组收的桔子比第二组多 3150 千克，是第二组的 3 倍少 50 千克，所以，第二组收的是 1 倍数。如果在 3150 千克之上增加 50 千克，则第一组收的就是第二组的 3 倍。

3150+50=3200（千克）

这 3200 千克所对应的倍数是：

3-1=2（倍）

第二组所收的桔子是：

3200÷2=1600（千克）

第一组所收的桔子是：

1600×3-50
=4800-50
=4750（千克）

答略。

（三）解行程应用题

在距离、速度、时间三个量中，已知其中两个量而求另一个量的应用题叫做行程应用题。

它可以分为一般行程应用题、相向运动应用题、同向运动应用题（追及应用题）三类。

在解行程应用题时，要找准速度、时间和距离之间的对应关系，然后再按照公式“ 速度×时间=距离 ”、“ 速度和×相遇所需对间=原来相隔距离 ”、

“速度差×追及所需时间=追及距离”来计算。

例1 甲、乙两人同时从东村出发往西村走。当乙走到全程的$\frac{2}{3}$处时，甲离西村还有5千米；当乙走到全程的$\frac{4}{5}$处时，甲正好走到西村。求东、西两村的距离。（适于六年级程度）

解：由“当乙走到全程的$\frac{4}{5}$处时，甲正好走到西村”可看出：

在相同的时间里，乙走的路程是甲走的$\frac{4}{5}$，所以在甲走完最后5千米的时间里，乙走了：

$$5\times\frac{4}{5}=4\text{（千米）}$$

这4千米所对应的分率是（$\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$），所以东、西两村的距离是：

$$4\div\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)$$
$$=4\div\frac{2}{15}$$
$$=30\text{（千米）}$$

答略。

*例 2 一段路，客车行完要用 12 小时，货车行完要用 15 小时。现在两车同时从两地相向而行，相遇时客车行了 150 千米。求货车行了多少千米。（适于六年级程度）

解：作图 19-1。

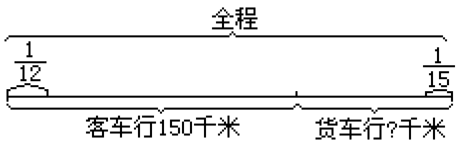


图 19-1

因为客车行完这段路用12小时，货车行完这段路要用15小时，所以客车和货车每1小时分别行完这段路的$\frac{1}{12}$和$\frac{1}{15}$。两车每1小时共走完这段路的：

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{15}=\frac{3}{20}$$

两车相遇的时间是：

$$1\div\frac{3}{20}=6\frac{2}{3}$$

客车每1小时行这段路的$\frac{1}{12}$，$6\frac{2}{3}$小时要行这段路的几分之几呢？

$$\frac{1}{12}\times 6\frac{2}{3}=\frac{5}{9}$$

因为$\frac{5}{9}$所对应的路程是150千米，所以这段路长：$150\div\frac{5}{9}=270$（千米）

货车行的路程是：

270-150=120（千米）

答略。

（四）解分数应用题

用分数计算来解答的应用题，叫做分数应用题。

例1 有一袋白糖重25千克。第一次用去$\frac{2}{5}$，第二次用去剩下的$\frac{2}{3}$。最后剩下多少千克的白糖？（适于六年级程度）

解：已知整袋的白糖重量是25千克，要求最后剩下的白糖的重量，就要求出最后剩下的白糖所对应的分率。

把整袋的白糖看作单位“1”。第一次用去$\frac{2}{5}$，剩下的是（$1-\frac{2}{5}$）；第二次用去剩下的$\frac{2}{3}$，就是用去（$1-\frac{2}{5}$）的$\frac{2}{3}$。最后剩下的白糖所对应的分率是（$1-\frac{2}{5}$）$\times\frac{1}{3}$。

所以最后剩下的白糖是：

$$25\times\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{1}{3}$$
$$=25\times\frac{1}{5}$$
$$=5\text{（千克）}$$

答略。

例2 某工程队修一条公路。第一天修了60米，占公路全长的$\frac{1}{5}$，第二天修了公路全长的$\frac{1}{4}$。两天一共修了多少米公路？（适于六年级程度）

解：第一天修了60米，占公路全长的$\frac{1}{5}$。60米与$\frac{1}{5}$相对应，公路的全长是：

$$60\div\frac{1}{5}=300\text{（米）}$$

第一天修了公路全长的$\frac{1}{5}$，第二天修了公路全长的$\frac{1}{4}$，两天一共修的米数所对应的分率是$\frac{1}{5}+\frac{1}{4}$

所以，两天一共修的米数是：

$$300\times\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)$$

$$=300\times\frac{9}{20}$$

=135（米）

答略。

（五）解工程应用题

工程应用题，是叙述有关共同工作的问题。解答这类问题，是把全工程作为“1”。用工作的时间去除全工程“1”，可求单位时间的工作量；用单位时间的工作量去除全工程“1”，可求出完成工程所用的时间。

在解工程问题时，要找准工作效率、工作时间和工作量的对应关系，然后再按照公式“工作效率×工作时间=工作量”及其变形公式计算。

例 1 甲、乙两人合做一批机器零件。甲单独做需要 10 小时完成，乙单独做需要 15 小时完成。两人合做 5 小时后，这批零件还剩 30 只。这批零件一共是多少只？（适于六年级程度）

解：把这批零件的只数看作单位“1”。甲单独做需要 10 小时完成，甲 1 小时完成 $\frac{1}{10}$；乙单独做需要 15 小时，乙 1 小时完成 $\frac{1}{15}$。

两人合做 5 小时，完成的工作量是：

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{15}\right)\times5=\frac{5}{6}$$

剩余的工作量是：

$$1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$$

$\frac{1}{6}$所对应的数量是 30 只，所以这批零件的只数是：

$$30\div\frac{1}{6}=180\text{（只）}$$

答略。

例 2 一项工程，甲队单独做 12 天可以完成，甲队做了 8 天后，剩余的工程由乙队做了 5 天完成。问乙队单独做每天可以完成这项工程的几分之几？（适于六年级程度）

解：这项工程甲队单独做 12 天完成，甲队一天完成 $\frac{1}{12}$。

甲队做 8 天，完成的工作量是：

$$\frac{1}{12}\times8=\frac{2}{3}$$

剩余的工作量是：

$$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$$

因为这$\frac{1}{3}$的工作量是乙队5天完成的，所以乙队每天单独完成的工作量是：

$$\frac{1}{3}\div 5=\frac{1}{15}$$

答略。

二十、集合法

我们在研究一些问题时，可以把某一确定范围内的事物的全体看作是一个集合。例如，所有自然数就可以看作是一个集合。在小学一般用画图的方式表示集合，这种图叫作韦恩图（韦恩是英国数学家）。运用集合的思想，利用韦恩图进行解题的方法叫做集合法。

例 1 五年级一班有 48 人。在午后自习时，做完语文作业的有 37 人，做完数学作业的有 42 人。语文、数学作业都做完的有多少人？（适于三年级程度）

解：由题意可知，做完语文作业的 37 人中有一部分只做完语文作业，另一部分既做完语文作业又做完数学作业。做完数学作业的 42 人中也是有一部分只做完数学作业，另一部分既做完数学作业又做完语文作业。

所以，如果我们用 A 圆圈表示做完语文作业的人数，用 B 圆圈表示做完数学作业的人数，则两个圆圈相交的阴影部分就表示语文、数学作业都做完的人数（如图 20-1）。

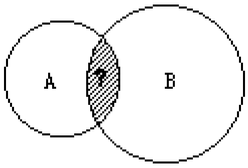


图 20-1

从图中可以看出，语文、数学作业都做完的人数等于 A 圆圈的人数加上 B 圆圈的人数减去全班的总人数。

37+42-48=31（人）

答：语文、数学作业都做完的有 31 人。

例 2 有 110 名学生参加书法和绘画比赛，参加书法比赛的有 72 人，既参加书法比赛又参加绘画比赛的有 24 人。参加绘画比赛的有多少人？（适于三年级程度）

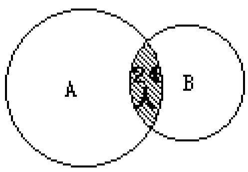


图 20-2

解：可通过画如图 20-2 的韦恩图来分析题意。A 圆圈表示参加书法比赛的人数，B 圆圈表示参加绘画比赛的人数，两圆圈相交的阴影部分表示既参加书法比赛又参加绘画比赛的人数。由图可知，参加绘画比赛的人数应等于总人数减去只参加书法比赛的人数。而只参加书法比赛的人数等于 A 圆圈的人数减去相交阴影部分的人数。

只参加书法比赛的人数：

72-24=48（人）

参加绘画比赛的人数：

110-48=62（人）

答略。

*例3 有276名学生参加体育活动，参加径赛活动的占总人数的$\frac{5}{6}$，参加田赛活动的占总人数的$\frac{2}{3}$。既参加径赛活动又参加田赛活动的有多少人？（适于六年级程度）

解：参加径赛的有：

$$276\times\frac{5}{6}=230\text{（人）}$$

参加田赛的有：

$$276\times\frac{2}{3}=184\text{（人）}$$

根据题意作图 20-3

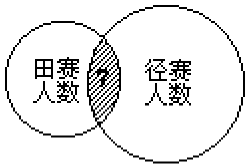


图 20-3

从图中可以看出，只参加田赛的人数是：

276-230=46（人）

两种活动都参加的人数是：

184-46=138（人）

答略。

*例 4 某班 45 名学生期末考试的成绩如下：语文 90 分以上的有 14 人，数学 90 分以上的有 25 人，语文和数学都不足 90 分的有 17 人。求语文、数学都在 90 分以上的有多少人？（适于五年级程度）

解：作图 20-4。由图可看出，语文、数学一门或两门在 90 分以上的人数是：

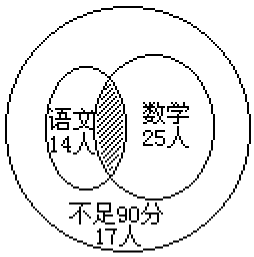


图 20-4

45-17=28（人）

只语文在 90 分以上的人数是：

28-25=3（人）

只数学在 90 分以上的人数是：

28-14=14（人）

语文、数学都在 90 分以上的人数是：

28-（14+3）=11（人）

答略。

*例 5 学校气象小组有 50 名成员，其中负责观测的有 19 人，负责记录的有 15 人，既负责观测又负责记录的有 7 人。问：（1）只负责记录，不负责观测的有多少人？（2）只负责观测，不负责记录的有多少人？（3）气象小组有多少人负责其他工作？（适于高年级程度）

解：作图 20-5。用 A 圆圈表示负责观测的人数，用 B 圆圈表示负责记录的人数，则两圆圈相交的阴影部分就表示既负责观测又负责记录的人数。

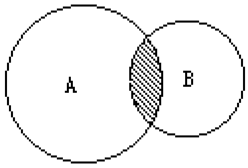


图 20-5

由图 20-5 可知，只负责记录，不负责观测的人数，等于负责记录的人数减去既负责观测又负责记录的人数；只负责观测，不负责记录的人数，等于负责观测的人数减去既负责观测又负责记录的人数；气象小组负责其他工作的人数，等于总人数减去负责观测和负责记录的人数，再加上既负责观测又负责记录的人数。

（1）只负责记录，不负责观测的人数：

15-7=8（人）

（2）只负责观测，不负责记录的人数为：

19-7=12（人）

（3）负责其他工作的人数为：

50-19-15+7=23（人）

答略。

*例 6 某班有 45 名学生。据统计，喜爱足球、篮球、排球这三项运动的各有 26 人，喜爱其中两项运动的分别有 13、14、15 人。三项运动都喜爱的有多少人？（适于高年级程度）

解：用 A 圆圈表示喜爱足球的人数，B 圆圈表示喜爱篮球的人数，C 圆圈表示喜爱排球的人数。则 A、B 两圆圈相交的部分表示既喜爱足球又喜爱篮球的人数；B、C 两圆圈相交的部分表示既喜爱篮球又喜爱排球的人数；A、C 两圆圈相交的部分表示既喜爱足球又喜爱排球的人数；A、B、C 三个圆圈相交的部分表示三项运动都喜爱的人数（图 20-6）。

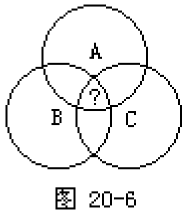


图 20-6

由图 20-6 可知，三项运动都喜爱的人数应等于班级的总人数减去喜爱足球、篮球、排球的人数，再加上既喜爱足球又爱篮球、既喜爱篮球又喜爱排球、既喜爱足球又喜爱排球的人数。

45-26×3+（13+14+15）

=45-78+42

=45+42-78

=87-78

=9（人）

答：三项运动都喜爱的有 9 人。

*例 7 55 名学生中，有 18 人参加合唱队，25 人参加美术组，17 人参加运动队，参加合唱队与美术组的共有 36 人，没有人既参加合唱队又参加运动队，什么组都没有参加的有 5 人，请回答：

（1）既参加合唱队又参加美术组的有多少人？

（2）只参加合唱队的有多少人？

（3）只参加美术组的有多少人？

（4）只参加运动队的有多少人？

（5）既参加运动队又参加美术组的有多少人？（适于高年级程度）

解：作图 20-7。

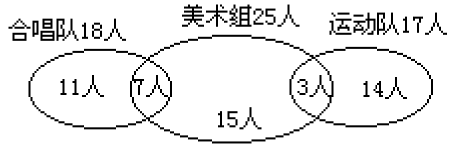


图 20-7

因为参加合唱队与美术组的共有 36 人，所以：（1）既参加合唱队又参加美术组的人数是：

18+25-36=7（人）

（2）只参加合唱队的人数是：

18-7=11（人）

现在还不能求出只参加美术组的人数，先求出去掉既参加美术组又参加合唱队的 7 人，美术组剩下的人数是：

25-7=18（人）

因为在 55 名学生中，参加美术组、运动队的总人数是 25+17=42（人），只参加合唱队的有 11 人，什么组都没有参加的有 5 人，参加美术、体育两项活动的实际人数是：

55-5-11=39（人）

所以：

（5）既参加运动队又参加美术组的人数是：

42-39=3（人）

（4）只参加运动队的人数是：

17-3=14（人）

（3）只参加美术组的人数是：

18-3=15（人）

答略。

二十一、守恒法

应用题中的数量有的是变化的，有的是始终不变的。解应用题时，抓住始终不变的数量，分析不变的数量与其他数量的关系，从而找到解题的突破口，把应用题解答出来的解题方法，叫做守恒法，也叫抓不变量法。

（一）总数量守恒

有些应用题中不变的数量是总数量，用守恒法解题时要抓住这个不变的总数量。

例 1 晶晶要看一本书，计划每天看 15 页，24 天看完。如果要 12 天看完，每天要看多少页？如果改为每天看 18 页，几天可以看完？（适于三年级程度）

解：无论每天看多少页，总是看这一本书，只要抓住这本书的“总页数不变”这个关键，问题就好办了。

这本书的总页数是：

15×24=360（页）

如果要 12 天看完，每天要看的页数是：

360÷12=30（页）

如果改为每天看 18 页，看完这本书的天数是：

360÷18=20（天）

答略。

此题由于第一步是用乘法求出总数，因此也叫做“归总”应用题。

*例 2 用一根铁丝围成一个长 26 厘米，宽 16 厘米的长方形。用同样长的铁丝围成一个正方形，正方形所围成的面积是多少？（适于三年级程度）

解：这根铁丝的长是不变的量，铁丝围成的长方形的周长和正方形的周长相同。即：

26×2+16×2

=52+32

=84（厘米）

正方形的边长是：

84÷4=21（厘米）

正方形所围成的面积是：

21×21=441（平方厘米）

答略。

例3 小明家有一个书架，上层书的本数是下层的$\frac{1}{4}$。如果从上层拿出12本放到下层，这时上层书的本数就是下层的$\frac{1}{4}$。原来书架的上、下两层各有多少本书？（适于六年级程度）

解：书架上书总的本数是不变的数量，设它为单位 1。从“上层书的本数是下层的$\frac{1}{4}$”可知，下层的书占书总数的4份，上层的书占书总数的1份，

书总的本数分成 5 份，上层的书占总本数的
$\frac{1}{5}$；同理，从上层是下层的$\frac{1}{4}$，可以推想出现在上层的书占总本数的$\frac{1}{15}$。

原来上层的书占总本数的$\frac{1}{5}$，现在上层的书占总本数的$\frac{1}{15}$，那么，12本书的对应分率是（$\frac{1}{5}-\frac{1}{15}$）。

因此，书总的本数是：

$$12 \div \left(\frac{1}{5}-\frac{1}{15}\right)$$
$$=12 \div \frac{2}{15}$$
$$=90\text{（本）}$$

原来书架的上层有书：

$$90 \times \frac{1}{5}=18\text{（本）}$$

原来书架的下层有书：

90-18=72（本）

答略。

（二）部分数量守恒

当应用题中不变的数量是题中的一部分数量时，要抓住这个不变的部分数量解题。

例 1 一辆汽车，从甲站到乙站，要经过 20 千米的平路，45 千米的上坡路，15 千米的下坡路。如果这辆汽车在平路上每小时行 40 千米，在上坡路上每小时行 30 千米，在下坡路上每小时行 45 千米。照这样的速度行驶，这辆汽车在甲、乙两站间往返一次需要多少时间？（适于五年级程度）

解：无论汽车行驶在平路上、上坡路上，还是在下坡路上，每一段路上的速度是不变的。

这辆汽车往返一次共行：在平路（20+20）千米在上坡路（45+15）千米在下坡路（15+45）千米这辆汽车往返一次需要的时间是：

$$\frac{20+20}{40}+\frac{45+15}{30}+\frac{15+45}{45}$$
$$=1+2+1\frac{1}{3}$$
$$=4\frac{1}{3}\text{（小时）}$$

答略。

例 2 有含盐 15%的盐水 20 千克，要使盐水含盐 10%，需要加水多少千克？（适于六年级程度）解：题中盐的重量是不变的数量，盐的重量是：

$$20\times15\%=3\text{（千克）}$$

在盐水含盐 10%时，盐的对应分率是 10%，因此盐水的重量是：

$$3\div10\%=30\text{（千克）}$$

加入的水的重量是：

$$30-20=10\text{（千克）}$$

答略。

*例3 职工学校原来有科技书、文艺书共630本，其中科技书占$\frac{1}{5}$。后来又买进一些科技书，科技书占两种书的$\frac{3}{10}$。问后来买进科技书多少本？（适于六年级程度）

解：文艺书的本数是不变的数量。文艺书有：

$$630\times\left(1-\frac{1}{5}\right)$$
$$=630\times\frac{4}{5}$$
$$=504\text{（本）}$$

又买进一些科技书后，文艺书占两种书的$\left(1-\frac{3}{10}\right)$，504与$\left(1-\frac{3}{10}\right)$对应。后来两种书总的本数是：

$$504\div\left(1-\frac{3}{10}\right)$$
$$=504\div\frac{7}{10}$$
$$=720\text{（本）}$$

从后来两种书总的本数中减去原来两种书总的本数，得到买进科技书的本数：

$$720-630=90\text{（本）}$$

综合算式：

$$630\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\div\left(1-\frac{3}{10}\right)-630$$
$$=720-630$$
$$=90\text{（本）}$$

答略。

（三）差数守恒

当应用题中两个数量的差是不变的数量时，要抓住这个差，分析数量关系解题。

例 1 父亲今年 35 岁，儿子 5 岁。多少年后父亲的年龄是儿子年龄的 3 倍？（适于四年级程度）

解：父子年龄的差是个不变的数量，始终是 35-5=30（岁）

在父亲年龄是儿子年龄的 3 倍时,父子年龄的差恰好是儿子年龄的 2 倍。

因此，这时儿子的年龄是：

$$30\div2=15（岁）$$
$$15-5=10（年）$$

答：10 年后父亲的年龄是儿子年龄的 3 倍。

*例 2 小明有 200 个枣，大平有 120 个枣。两人吃掉个数相同的枣后，小明剩下的枣是大平剩下枣的 5 倍。问两个人一共吃掉多少个枣。（适于四年级程度）

解：两个人相差的枣的个数是不变的数量：

$$200-120=80（个）$$

两人吃掉个数相同的枣后，小明剩下的枣是大平剩下枣的 5 倍。这就是说大平剩下的枣是 1 份数，小明剩下的枣比大平剩下的枣多 4 份数。因为两人吃掉的枣的个数相同，所以相差数还是 80 个。这 80 个是 4 份数。

因此，大平剩下的枣是其中的一份数：

$$80\div4=20（个）$$

大平吃掉的枣是：

$$120-20=100（个）$$

因为两个人吃掉的枣一样多，所以一共吃掉枣：

$$100\times2=200（个）$$

答略。

*例 3 有甲、乙两个车间，如果从甲车间调出 18 人给乙车间，甲车间就比乙车间少 3 人；如果从两个车间各调出 18 人，乙车间剩下人数就是甲车间剩下人数的$\frac{5}{8}$。甲、乙两个车间原来各有多少人？（适于六年级程度）

解：由“从甲车间调出 18 人给乙车间，甲车间就比乙车间少 3 人”可看出，甲车间比乙车间多 2 个 18 人又少 3 人，即甲车间比乙车间多：

$$18\times2-3=33（人）$$

由“从两个车间各调出 18 人，乙车间剩下的人数就是甲车间剩下人数的$\frac{5}{8}$”可看出，这是把甲车间剩下的人数看作1倍量，甲车间比乙车间多：

$$1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$$

这$\frac{3}{8}$所对应的数量是33人，所以甲车间剩下的人数是：

$$33\div\frac{3}{8}=88（人）$$

甲车间原有的人数是：

$$88+18=106（人）$$

乙车间原有的人数是：

$$106-33=73（人）$$

答略。

*例 4　甲种布的长是乙种布长的 3 倍。两种布各用去 8 米时，甲种布剩下的长是乙种布剩下长度的 4 倍。两种布原来各长多少米？（适于六年级程度）

解：甲、乙两种布的长度差是不变的数量，解题时要以这个不变的数量作为标准量。

原来乙种布的长是标准量的：

$$1\div(3-1)=\frac{1}{2}$$

乙种布剩下的长是标准量的：

$$1\div(4-1)=\frac{1}{3}$$

乙种布先后两个分率的差是：

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

为什么乙种布先后两个分率的差是$\frac{1}{6}$呢？这是因为两种布都用去了8米，所以，$\frac{1}{6}$所对应的数量是8米，甲种布比乙种布多：

$$8\div\frac{1}{6}=48\text{（米）}$$

乙种布的长是：

$$48\times\frac{1}{2}=24\text{（米）}$$

甲种布的长是：

48+24=72（米）

答略。

二十二、两差法

解应用题时，首先确定一个标准数（即1倍数），再根据已知的两数差与倍数差，用除法求出1倍数，然后以此为基础，用乘法求出另一个数的解题方法，叫做两差法。用两差法一般是解答差倍问题。

差倍问题的数量关系是：

两数差÷倍数差=1倍数

1倍数×倍数=几倍数

较小数+两数差=较大数

例1 某厂女职工人数是男职工人数的6倍，男职工比女职工少65人。这个厂男女职工共有多少人？（适于四年级程度）

解：根据“人数差÷倍数差=1倍数”，有：

65÷（6-1）=13（人）

那么，这个厂男女职工共有的人数是：

13×（6+1）=91（人）

答略。

例2 小李买3本日记本，小华买同样的8本日记本，比小李多用2.75元。小李、小华两人分别用去多少钱？（适于五年级程度）

解：小华比小李多用2.75元（总价差），是因为小华比小李多买（8-3）本（数量差）日记本，用这两个差求出每本日记本的价钱。

$$\underset{\substack{\downarrow \\ 2.75}}{\text{总价差}} \div \underset{\substack{\downarrow \\ (8-3)}}{\text{数量差}} = \underset{\substack{ \\ 0.55\text{（元）}}}{\text{单价}}$$

小李用的钱数是：

0.55×3=1.65（元）

小华的钱数是：

0.55×8=4.40（元）

答略。

例3 甲、乙两数的差是28，甲数是乙数的3倍。问甲乙两数各是多少？（适于四年级程度）

解：甲-乙=28，甲是乙的3倍，那么乙就是1倍数，28所对应的倍数是3-1=2（倍），则乙数可以求出。解法是：

28÷（3-1）=14……………………………乙数

14×3=42………………………………甲数

答：甲数是42，乙数是14。

例4 一个植树小组植树。如果每人栽5棵，还剩14棵；如果每人栽7棵，就缺4棵。这个植树小组有多少人？一共有多少棵树苗？（适于五年级程度）

解：把题中的条件简要摘录如下：

每人5棵　　剩14棵

每人 7 棵　　缺 4 棵

比较两次分配的情况可看出，由于第二次比第一次每人多栽（7-5）棵，一共要多栽（14+4）棵树。根据两次每人栽的棵数差和所栽总棵数的差，可求出植树小组的人数，然后再求出原有树苗的棵数。

（14+4）÷（7-5）=9（人）……………………人数

5×9+14=59（棵）…………………………棵数

答略。

例 5 用一个杯子向一个空瓶里倒水。如果倒进 3 杯水，连瓶共重 440 克；如果倒进 5 杯水，连瓶共重 600 克。一杯水和一个空瓶各重多少克？（适于五年级程度）

解：解这类题，要先找出“暗差”的等量关系，再找解题的最佳方法。

这道题的“暗差”有两个：一个是 5-3=2（杯），另一个是 600-440=160（克）。这里两个暗差的等量关系是：2 杯水的重量=160 克。

这样就能很容易求出一杯水的重量：

160÷2=80（克）

一个空瓶的重量：

440-80×3=200（克）

答略。

*例 6 甲从西村到东村，每小时步行 4 千米。3.5 小时后，乙因有急事，从西村出发骑自行车去追甲，每小时行 9 千米。问乙需要几小时才能追上甲？（适于高年级程度）

解：乙出发时，甲已经行了（4×3.5）千米，乙每行 1 小时便可比甲每小时多行（9-4）千米，那么（4×3.5）千米中含有几个（9-4）千米，乙追上甲就需要多少个小时。所以：

路程差 ÷ 速度差 = 时间

（4×3.5）÷（9-4）=2.8（小时）

答：乙需 2.8 小时才能追上甲。

例 6 是典型的“追及问题”。由此可知，追及问题也可以利用两差法来解答。

*例 7 某电风扇厂生产一批电风扇。原计划每天生产 120 台电风扇，实际每天比原计划多生产 30 台，结果提前 12 天完成任务。这批电风扇的生产任务是多少台？（适于高年级程度）

解：在同样的时间（计划天数）里，实际比原计划多生产电风扇的台数是：（120+30）×12。因为实际每天比原计划多生产 30 台，因此：

工作总量差÷工作效率差=工作时间

（120+30）×12÷30　=　60（天）

计划完成任务的天数是 60 天，那么这批电风扇的生产任务就是：

120×60=7200（台）

答略。

*例 8 甲每小时走 5 千米，乙每小时走 4 千米，两人同走一段路，甲比乙少用了 3 小时。问这段路长多少千米？（适于五年级程度）

解：解答这道题应从“差异”入手。因为凡是发生差异必定有它的道理。题中的差异是“甲比乙少用了 3 小时”，抓住它作如下追问，即可发现解题途径。

为什么会“甲比乙少用了 3 小时”？因为甲比乙的速度快。

(1)在 3 个小时里甲比乙多走多少千米的路呢？在 3 小时里甲比乙正好多走：

$$4\times3=12\text{（千米）}$$

（2）甲每小时可以追上乙多少千米呢？

$$5-4=1\text{（千米）}$$

（3）走完这 12 千米的差数甲要走几小时呢？

$$12\div1=12\text{（小时）}$$

（4）这段路长多少千米？

$$5\times12=60\text{（千米）}$$

综合算式：

$$\begin{aligned}&5\times[4\times3\div(5-4)]\\=&5\times[12\div1]\\=&5\times12\\=&60\text{（千米）}\end{aligned}$$

答略。

*例9 甲数比乙数少$1\frac{1}{2}$，甲数的20%等于乙数的$\frac{1}{7}$。求甲、乙两数各是多少？（适于六年级程度）

解：此题是“差倍”问题的变形。

$$\text{乙}-\text{甲}=1\frac{1}{2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{①}$$

$$\frac{20}{100}\text{甲}=\frac{1}{7}\text{乙}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{②}$$

把②两边同除以$\frac{1}{7}$得：

$$\text{乙}=\frac{7}{5}\text{甲}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{③}$$

就是说乙数是甲数的$\frac{7}{5}$倍。所以把③代入①：

$$\frac{7}{5}\text{甲}-\text{甲}=1\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{5}\text{甲}=1\frac{1}{2}$$

$$\text{甲}=1\frac{1}{2}\div\frac{2}{5}$$

$$=3\frac{3}{4}$$

把甲 $=3\frac{3}{4}$ 代入③得：

$$乙=\frac{7}{5}\times3\frac{3}{4}$$
$$=5\frac{1}{4}$$

答略。

*例10 两堆煤共270吨，现将甲堆运走 $\frac{3}{5}$，乙堆运走 $\frac{3}{4}$，共运走180吨。两堆煤原来各有多少吨？（适于六年级程度）

解：这里已知两堆煤的总数和运走的总数，不知道两堆煤在总数中占多大比率，也无法把运走的煤分为甲堆运走的和乙堆运走的。虽然知道甲堆运走自己总数的 $\frac{3}{5}$，乙堆运走自己总数的 $\frac{3}{4}$，但它们各是怎样划分份数的并不知道，无法发生联系，因此这两个分率无法参加运算。

本题的难点在于两堆煤运走的分率不同，若分率相同，分析就会有所进展。

于是，可以大胆地假设甲堆运走 $\frac{3}{5}$，乙堆也运走 $\frac{3}{5}$，就可以推算出运走总数的 $\frac{3}{5}$ 是多少，$270\times\frac{3}{5}=162$（吨）。

然后再看假设引出了什么差异。已知条件告诉我们共运走 180 吨，与方才算得的 162 吨相差 180-162=18（吨），为什么会产生这 18 吨的差异呢？这是因为乙堆本来运走 $\frac{3}{4}$，而我们把它假设成运走 $\frac{3}{5}$ 了，可见，18吨与乙堆的（$\frac{3}{4}-\frac{3}{5}$）相对应。用对应分率去除对应数，可得乙堆煤原有吨数。这时求出甲堆煤吨数就不成问题了。

$$(180-270\times\frac{3}{5})\div(\frac{3}{4}-\frac{3}{5})$$
$$=(180-162)\div\frac{3}{20}$$
$$=18\times\frac{20}{3}$$
$=120$（吨）………………………………乙堆

270-120=150（吨）……………………甲堆

答略。

*例 11 祖父给兄弟二人同样数目的零花钱，祖母给了哥哥 1100 日元，给了弟弟 550 日元，这样兄弟二人所得到的零花钱数的比为 7：5。求祖父给兄弟二人的钱数都是多少日元？（适于六年级程度）

解：因为祖父给兄弟二人的钱数相同，所以祖母给兄弟二人的钱数之差，就是他们分别得到的所有零花钱钱数之差。

1100-550=550（日元）

由兄弟二人所得到的零花钱钱数的比为 7∶5 可知，把哥哥的钱看成是 7 份的话，弟弟的钱数就是 5 份，它们相差：

7-5=2（份）

所以，每一份的钱数是：

550÷2=275（日元）

哥哥有零花钱：

275×7=1925（日元）

其中祖父给的是：

1925-1100=825（日元）

答：祖父给兄弟二人的钱都是 825 日元。

*例 12 一位牧羊人赶着一群羊走过来，小明问他：“你的羊群里有山羊、绵羊各几只？”牧羊人说：“山羊的只数加上 99 只就是绵羊的只数，绵羊的只数加上 99 只就是山羊的 3 倍，你去算吧。”请你帮助小明算一算。（适于五年级程度）

解：由“山羊的只数加上 99 只就是绵羊的只数”知道，绵羊比山羊多 99 只。由“绵羊的只数加上 99 只就是山羊的 3 倍”知道，绵羊的只数加上 99 只后，绵羊的只数比山羊多（99+99）只。此时，如果把山羊只数看作 1 倍，绵羊只数就是 3 倍，比山羊多（3-1）倍，这（3-1）倍正好是（99+99）只（图 22-1）。用除法可以求出 1 倍数（山羊只数），再用加法就可以求出绵羊只数。

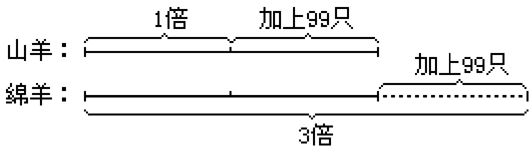


图 22-1

（99+99）÷（3-1）

=198÷2

=99（只）…………………山羊只数

99+99=198（只）…………绵羊只数

答略。

*例 13 某工厂有大、小两个车间。如果从小车间调 10 人到大车间，则大车间的人数是小车间的 3 倍；如果从大车间调 30 人到小车间，则两个车间的人数相等。求大、小两个车间各有多少人？（适于高年级程度）

解：根据“如果从大车间调 30 人到小车间，则两个车间的人数相等”知道，大车间比小车间多 30×2 人；根据“如果从小车间调 10 人到大车间，则大车间的人数是小车间的 3 倍”知道，这样调动后，大车间比小车间多（30×2+10×2）人。把调动后小车间的人数看作 1 倍数，则大车间的人数就是 3 倍数，比小车间的人数多（3-1）倍数，这（3-1）倍数正好是（30×2+10×2）人。用除法可以求出 1 倍数（调动后，小车间人数），加上 10 就得小车间原

有人数。

（30×2+10×2）÷（3-1）+10
=80÷24+10
=50（人）………………（小车间原有人数）
50+30×2=110（人）…（大车间原有人数）

答略。

在差倍问题中，有一类比较特殊，这就是年龄问题。年龄问题一般用差倍问题的解题思路、计算公式来分析、解答。但要注意年龄问题所单独具有的“定差”特点，即大、小两个年龄，相当于大、小两个数，无论现在、过去、将来，这两个年龄的差不变。抓住这个特点，再利用差倍问题的数量关系和解题方法，便可解答年龄问题。

*例 14 今年哥哥 18 岁，弟弟 8 岁。问几年前哥哥的年龄是弟弟的 3 倍？（适于高年级程度）

解：作图 22-2。

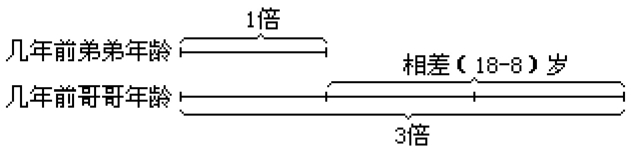


图 22-2

哥哥和弟弟年龄之差（18-8）岁始终不变。把几年前弟弟的年龄看作 1 倍数，哥哥的年龄就是 3 倍数，比弟弟多（3-1）倍数，这（3-1）倍数正好对应于（18-8）岁。用除法可以求出 1 倍数，就是几年前弟弟的年龄，再用减法便可求出几年前哥哥的年龄是弟弟的 3 倍。

8-（18-8）÷（3-1）=3（年）

答略。

*例 15 今年父亲 40 岁，儿子 4 岁。问几年后父亲的年龄是儿子的 4 倍？（适于高年级程度）

解：作图 22-3。

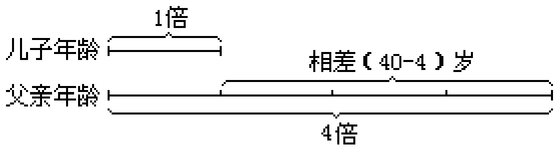


图 22-3

父子年龄之差（40-4）岁始终不变。把几年后儿子的年龄看作 1 倍数，父亲的年龄就是 4 倍数，比儿子多（4-1）=3 倍数，这（4-1）倍数正好对应于（40-4）岁。用除法可求出 1 倍数，即几年后儿子的年龄，再用减法便可求出几年后父亲的年龄是儿子的 4 倍。

（40-4）÷（4-1）-4
=36÷3-4
=8（年）

答略。

二十三、比例法

比和比例是传统算术的重要内容，在较早的年代，许多实际问题都是应用比和比例的知识来解答的。近年来，小学数学教材中比和比例的内容虽然简化了，但它仍是小学数学教学的重要内容之一，是升入中学继续学习的必要基础。

用比例法解应用题，实际上就是用解比例的方法解应用题。有许多应用题，用比例法解简单、方便，容易理解。

用比例法解答应用题的关键是：正确判断题中两种相关联的量是成正比例还是成反比例，然后列成比例式或方程来解答。

（一）正比例

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量中相对应的两个数的比值（也就是商）一定，这两种量就叫做成正比例的量，它们的关系叫做正比例关系。

如果用字母 x、y 表示两种相关联的量，用 k 表示比值（一定），正比例的数量关系可以用下面的式子表示：

$$\frac{y}{x}=k\text{（一定）}$$

例 1 一个化肥厂 4 天生产氮肥 32 吨。照这样计算，这个化肥厂 4 月份生产氮肥多少吨？（适于六年级程度）

解：因为日产氮肥的吨数一定，所以生产氮肥的吨数与天数成正比例。

设四月份 30 天生产氮肥 x 吨，则：

$$\frac{x}{30}=\frac{32}{4}$$

$$4x=30\times32$$

$$x=\frac{30\times32}{4}$$

$$=240\text{（吨）}$$

答略。

例 2 某工厂要加工 1320 个零件，前 8 天加工了 320 个。照这样计算，其余的零件还要加工几天？（适于六年级程度）

解：因为每一天加工的数量一定，所以加工的数量与天数成正比例。

还需要加工的数量是：

1320-320=1000（个）

设还需要加工 x 天，则：

$$\frac{1000}{x}=\frac{320}{8}$$
$$320x=1000\times 8$$
$$x=\frac{1000\times 8}{320}$$
$$x=25（天）$$

答略。

例 3 一列火车从上海开往天津，行了全程的 60%，距离天津还有 538 千米。这列火车已行了多少千米？（适于六年级程度）

解：火车已行的路程：剩下的路程=60%：（1-60%）=3：2。

设火车已行的路程为 x 千米。

$$\frac{x}{538}=\frac{3}{2}$$
$$2x=538\times 3$$
$$x=\frac{538\times 3}{2}$$
$$x=807（千米）$$

答略。

例4 一个修路小组修一段公路，第一天修了这段路的$\frac{1}{4}$，第二天修了21米。这时这段公路余下的长度与已修好长度的比是 2：3。这段公路长多少米？（适于六年级程度）

解：余下的长度与已修好长度的比是 2：3，就是说，余下的长度是已修好长度的$\frac{2}{3}$。这样可以把余下的长度看作由两部分组成：

一部分是第一天修的$\frac{2}{3}$，也就是这段公路的$\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$；

另一部分是第二天修的$\frac{2}{3}$，即$21\times\frac{2}{3}=14$（米）。

所以（21＋14）米所对应的分率是（$1-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}$）。

这段公路的长度是：

$$(21+14)\div\left(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)$$
$$=35\div\frac{7}{12}$$
$$=60（米）$$

答略。

（二）反比例

两种相关联的量，一种量变化，另一种量也随着变化，如果这两种量相

对应的两个数的积一定，这两种量就叫做成反比例的量，它们的关系叫做反比例关系。

如果用字母 x、y 表示两种相关联的量，用 k 表示积（一定），反比例的数量关系可以用下面的式子表达：

$$x \times y = k（一定）$$

例 1 某印刷厂装订一批作业本，每天装订 2500 本，14 天可以完成。如果每天装订 2800 本，多少天可以完成？（适于六年级程度）

解：由于要装订的本数一定，因此，每天装订的本数与可以装订的天数成反比例。

设 x 天可以完成，则：

$$2800x = 2500 \times 14$$
$$x = \frac{2500 \times 14}{2800}$$
$$x = 12.5（天）$$

答略。

例 2 一项工程，原来计划 30 人做，18 天完成。现在减少了 3 人，需要多少天完成？（适于六年级程度）

解：工作总量一定，每人的工作效率也是一定的，所以所需要的人数与天数成反比例。

现在减少 3 人，现在的人数就是：

$$30-3=27（人）$$

设需要 x 天完成，则：

$$27x = 30 \times 18$$
$$x = \frac{30 \times 18}{27}$$
$$x = 20（天）$$

答略。

例 3 有一项搬运砖的任务，25 个人去做，6 小时可以完成任务；如果相同工效的人数增加到 30 人，搬运完这批砖要减少几小时？（适于六年级程度）

解：题中的总任务和每人的工作效率一定，所以搬运砖的人数与所需要的时间成反比例。

设增加到 30 人以后，需要 x 小时完成，则：

$$30x = 25 \times 6$$
$$x = \frac{25 \times 6}{30}$$
$$x = 5（小时）$$
$$6-5=1（小时）$$

答：增加到 30 人后，搬运完这批砖要减少 1 小时。

例 4 某地有驻军 3600 人，储备着吃一年的粮食。经过 4 个月后，复员

若干人。如果余下的粮食可以用 10 个月，求复员了多少人？（适于六年级程度）

解：按原计划，4 个月后余下的粮食可以用：

12-4=8（个月）

因为复员一部分人后，人数少了，所以原来可以用 8 个月的粮食，现在就可以用 10 个月。

粮食的数量一定，人数与用粮的时间成反比例。

设余下的粮食供 x 人吃 10 个月，则：

$$10x=3600\times8$$

$$x=\frac{3600\times8}{10}$$

$$x=2880\text{（人）}$$

$$3600-2880=720\text{（人）}$$

答：复员了 720 人。

（三）按比例分配

按比例分配的应用题可用归一法解，也可用解分数应用题的方法来解。

用归一法解按比例分配应用题的核心是：先求出一份是多少，再求几份是多少。这种方法比解分数应用题的方法容易一些。用解分数应用题的方法解按比例分配问题的关键是：把两个（或几个）部分量之比转化为部分量占总量的（几个部分量之和）几分之几。这种转化稍微难一些。然而学会这种转化对解答某些较难的比例应用题和分数应用题是有益的。

究竟用哪种方法解，要根据题目的不同，灵活采用不同的方法。

有些应用题叙述的数量关系不是以比或比例的形式出现的，如果我们用按比例分配的方法解这样的题，要先把有关数量关系转化为比或比例的关系。

1.按正比例分配

例1 甲、乙、丙三个数的和是170，甲数是乙数的$\frac{4}{5}$，丙数是乙数的$1\frac{3}{5}$。求这三个数。（适于六年级程度）

解：因为甲数是乙数的$\frac{4}{5}$，丙数是乙数的$1\frac{3}{5}$，所以，设乙数为“1”，则甲数为$\frac{4}{5}$，丙数为$1\frac{3}{5}$。

甲、乙、丙三个数的连比是：

$$\frac{4}{5}:1:1\frac{3}{5}=4:5:8$$

4+5+8=17

甲数：$170\times\frac{4}{17}=40$

乙数：$170\times\frac{5}{17}=50$

丙数：$170\times\frac{8}{17}=80$

答略。

例 2 有甲、乙、丙三堆煤，甲堆比乙堆多 12.5%，乙堆比丙堆少 $\frac{1}{5}$，甲堆比丙堆少6吨。甲、乙、丙三堆煤各有多少吨？（适于六年级程度）

解：因为甲堆比乙堆多 12.5%，所以要把乙堆看作“1”，这样甲堆就是（1+12.5%）。

甲：乙=（1+12.5%）：1=9：8

又因为乙比丙少 $\frac{1}{5}$，所以乙是丙的 $1-\frac{1}{5}$。

乙：丙 = （$1-\frac{1}{5}$）：1 = 4：5 = 8：10

甲：乙：丙=9：8：10

已知甲堆比丙堆少 6 吨，这 6 吨所对应的份数是 1，所以，甲堆煤的吨数是：

6×9=54（吨）

乙堆煤的吨数是：

6×8=48（吨）

丙堆煤的吨数是：

6×10=60（吨）

答略。

2.按反比例分配

*例 1 某人骑自行车往返于甲、乙两地用了 10 小时，去时每小时行 12 千米，返回时每小时行 8 千米。求甲、乙两地相距多少千米？（适于六年级程度）

解：此人往返的速度比是：

12：8=3：2

因为在距离一定的情况下，时间与速度成反比例，所以，由此人往返的速度比是 3：2，可推出此人往返所用的时间比是 2：3。

去时用的时间是：

$10\times\frac{2}{2+3}=4$（小时）

两地之间的距离：

12×4=48（千米）

答略。

*例 2 一个文艺演出队去少数民族地区慰问演出，路上共用了 110 个小

时。已知坐火车、乘轮船、骑马各行了全程的$\frac{1}{3}$。骑马的平均速度是坐火车的平均速度的$\frac{1}{8}$，是乘轮船的平均速度的$\frac{1}{4}$。求这个文艺演出队坐火车、乘轮船、骑马各用了多少时间？（适于六年级程度）

解：由坐火车、乘轮船和骑马各行了全程的$\frac{1}{3}$可知，这三种行路方式走的路程相等。路程一定，行路所用的时间与速度成反比。

以骑马的速度为1，则骑马、乘轮船、坐火车的速度比是：

$$1:\frac{1}{4}:\frac{1}{8}=8:2:1$$

这也是骑马、乘轮船、坐火车的时间比。

将 110 小时按 8∶2∶1 的比例分配。

骑马的时间是：

$$110\times\frac{8}{8+2+1}=80\text{（小时）}$$

乘轮船的时间是：

$$110\times\frac{2}{8+2+1}=20\text{（小时）}$$

坐火车的时间是：

$$110\times\frac{1}{8+2+1}=10\text{（小时）}$$

答略。

3.按混合比例分配

把价格不同、数量不等的同类物品相混合，已知各物品的单价及混合后的平均价（或总价和总数量），求混合量的应用题叫做混合比例应用题。混合比例应用题在实际生活中有广泛的应用。

*例 1 红辣椒每 500 克 3 角钱，青辣椒每 500 克 2 角 1 分钱。现将红辣椒与青辣椒混合，每 500 克 2 角 5 分钱。问应按怎样的比例混合，菜店和顾客才都不会吃亏？（适于六年级程度）

解：列出表 23-1。

表 23-1

项 目	价 格	损	益	最小公倍数	混合比
红辣椒	3 角	5 分			4
平均价	2 角 5 分			20	
青辣椒	2 角 1 分		4 分		5

表中，价格一栏是根据题意填的，其他栏目是在分析题的过程中填的。

混合后的辣椒是每 500 克卖 2 角 5 分钱，而混合辣椒中红、青两种辣椒的比不能是 1∶1，因为在混合后的辣椒中每有 500 克红辣椒，红辣椒就要少

卖 5 分钱，所以应算是每 500 克红辣椒损失了 5 分钱，在“损”一栏中，横对红辣椒和 3 角，填上 5 分；又因为在混合后的辣椒中每有 500 克青辣椒，青辣椒就要多卖 4 分钱，所以应算是每 500 克青辣椒多卖了（益）4 分钱，在“益”一栏中，横对青辣椒和 2 角 1 分，填上 4 分。

5 与 4 的最小公倍数是 20。

$$20\div5=4，20\div4=5，$$

只有在混合的辣椒中，有 4 份的红辣椒，5 份的青辣椒，500 克混合后的辣椒正好卖 2 角 5 分钱。

4 份的红辣椒是 4 个 500 克，它的价钱是，

$$0.3\times4=1.2\text{（元）}$$

5 份的青辣椒是 5 个 500 克，它的价钱是，

$$0.21\times5=1.05\text{（元）}$$

4 份红辣椒与 5 份青辣椒的总价是，

$$1.2+1.05=2.25\text{（元）}$$

而 9 个 500 克的混合辣椒的总价是，

$$0.25\times9=2.25\text{（元）}$$

9 份（9 个 500 克）红辣椒和青辣椒的总价正好与 9 个 500 克混合辣椒的总价相等。

所以在混合的辣椒中，红辣椒与青辣椒的比应是 4∶5。这个比正好是益损两数比的反比。

答略。

*例 2 王老师买甲、乙两种铅笔共 20 支，共用 4 元 5 角钱。甲种铅笔每支 3 角，乙种铅笔每支 2 角。两种铅笔各买多少支？（适于六年级程度）

解：20 支铅笔的平均价格是：

$$4.5\div20=0.225\text{（元）}=2.25\text{（角）}$$

列出表 23-2。

表 23-2

平均价格	原来价格	损	益	混合比
2.25 角／支	甲 3 角／支	0.75 角／支		0.25
	乙 2 角／支		0.25 角／支	0.75

因为甲种铅笔每支 3 角，而平均价格是每支 2.25 角，所以每支甲种铅笔损失了 0.75 角钱。在表中“损”一栏横对“甲”填上 0.75 角/支；因为乙种铅笔每支 2 角，而平均价格是每支 2.25 角，所以每支乙种铅笔是增加（益）了 0.25 角。在表中“益”一栏横对“乙”填上 0.25 角/支。

两种铅笔的混合比，正好是损、益两数比的反比，所以在混合比一栏中，横对甲填 0.25，而横对乙填 0.75。把 0.25 和 0.75 化简后得 1 和 3。

现在可以认为两种铅笔的总份数是：

$$1+3=4\text{（份）}$$

甲种铅笔的支数是：

$$20\times\frac{1}{4}=5\text{（支）}$$

乙种铅笔的支数是：

$$20\times\frac{3}{4}=15\text{（支）}$$

答略。

（四）连比

如果甲数量与乙数量的比是 a∶b，乙数量与丙数量的比是 b∶c，那么表示甲、乙、丙三个数量的比可以写作 a∶b∶c，a∶b∶c 就叫做甲、乙、丙三个数量的连比。

注意：“比”中的比号相当于除号，也相当于分数线，而“连比”中的比号却不是相当于除号、分数线。

*例 1 已知甲数和乙数的比是 5∶6，丙数和乙数的比是 7∶8，求这三个数的连比。（适于六年级程度）

解：已知甲、乙两数的比是 5∶6，丙数与乙数之比为 7∶8，即乙数与丙数之比为 8∶7。第一个比的后项是 6，第二个比的前项为 8，这说明甲、丙两个数不是以相同标准划分的，甲、乙、丙三个数不能直接写成连比。

用下面的方法可以统一甲、丙的标准，把甲、乙、丙三个数写成连比。把 5 扩大 8 倍，得 40；把 6 扩大 8 倍，得 48。把 6 扩大 8 倍得 48，也就是把 8 扩大 6 倍，得 48，所以也要把 7 扩大 6 倍得 42。

甲、乙、丙三个数的连比是：40∶48∶42=20∶24∶21。

$$\begin{array}{ccccc} 5 & : & 6 & & \\ & & 8 & : & 7 \\ \hline 40 & : & 48 & : & 42 \\ \hline 20 & : & 24 & : & 21 \end{array}$$

答略。

*例 2 甲、乙、丙三堆煤共重 1480 吨，已知甲堆煤重量的 $\frac{1}{6}$ 与乙堆煤重量的 $\frac{1}{4}$ 相等，乙堆煤重量的 $\frac{1}{10}$ 与丙堆煤重量的 $\frac{1}{12}$ 相等。求三堆煤各重多少吨？（适于六年级程度）

解：由甲 $\times\frac{1}{6}=$ 乙 $\times\frac{1}{4}$ 得甲、乙两堆煤重量的比是 $6:4=3:2$

由乙 $\times\frac{1}{10}=$ 丙 $\times\frac{1}{12}$ 得乙、丙两堆煤重量的比是 $10:12=5:6$

又根据，甲∶乙=3∶2，乙∶丙=5∶6，可求出甲、乙、丙三个数的连比是：

甲∶乙∶丙=15∶10∶12

$$\begin{array}{ccccc} 3 & : & 2 & & \\ & & 5 & : & 6 \\ \hline 15 & : & 10 & : & 12 \end{array}$$

把 1480 吨煤按 15∶10∶12 的比例分配。

甲堆煤重：

$$1480 \times \frac{15}{15+10+12} = 600$$ **（吨）**

乙堆煤重：

$$1480 \times \frac{10}{15+10+12} = 400$$ **（吨）**

丙堆煤重：

$$1480 \times \frac{12}{15+10+12} = 480$$ **（吨）**

答略。

二十四、转换法

解答应用题时，通过转换（即转化）题中的情节，分析问题的角度、数据……从而较快找到解题思路，或简化解题过程的解题方法叫做转换法。

（一）转换题中的情节

转换题中的情节是运用联想改变原题的某个情节，使题目变得易于解答。

例1 一堆煤，上午运走它的$\frac{2}{7}$，下午运走余下的$\frac{1}{3}$还多6吨，最后剩下14吨没运。这堆煤原来有多少吨？（适于六年级程度）

解：题中说“下午运走余下的$\frac{1}{3}$还多6吨”，我们把这一情节变换为，下午正好运走余下的$\frac{1}{3}$，则最后剩下的煤是：

$$14+6=20\text{（吨）}$$

这20吨正好是余下的$\frac{2}{3}$，所以余下的煤是：

$$20\div\frac{2}{3}=30\text{（吨）}$$

30 吨所对应的分率是：

$$1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$$

这堆煤原来的吨数是：

$$30\div\frac{5}{7}=42\text{（吨）}$$

答略。

例 2 一项工程，甲、乙两队合做要用 12 天完成。如果甲队先独做 16 天，余下的再由乙队独做 6 天完成。如果全部工程由甲队独做，要用几天完成？（适于六年级程度）

解：求甲队独做要用几天完成全部工程，得先求出甲队的工作效率。可是题中已知的是甲、乙合做要用的时间，和甲、乙一前一后独做的时间，很难求出甲的工作效率。如果将“一前一后独做”这一情节变换为“先合做，后独做”就便于解题了。可这样设想，从甲队的工作量中划出 6 天的工作量与乙队 6 天的工作量合并起来，也就是假定两队曾经合做了 6 天。情节这样变动后，原题就变换成：

一项工程，甲、乙两队合做要用 12 天完成，这项工程先由甲乙两队合做 6 天后，余下的工程由甲队单独做 10 天完成。如果全部工程由甲队独做要用几天完成？

这样就很容易求出甲队的工作效率是：

$$\left(1-\frac{1}{12}\times 6\right)\div 10$$
$$=\frac{1}{2}\div 10$$
$$=\frac{1}{20}$$

甲队独做完成的时间是：

$$1\div\frac{1}{20}=20\text{（天）}$$

答略。

（二）转换看问题的角度

解应用题时，如果看问题的角度不适当就很难解出题。如果转换看问题的角度，把原来从正面看问题转换为从侧面看或从反面看，把这一数量转换为另一数量进行分析，就可能找到解题思路。

*例1某厂有工人1120名，其中女工占$\frac{3}{7}$，后来又招进一批女工，这时女工占总人数的$\frac{7}{15}$。求后来招进女工多少名？（适于六年级程度）

解：一般都沿着女工占总人数的分率去寻找与之相对应的具体人数，但这样往往会误入歧途，难以找到正确答案。不如根据女工所占分率，换一个角度，想一想男工的情况。

开始，女工占总人数的$\frac{3}{7}$，则男工占总人数的：

$$1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$$

男工的具体人数是：

$$1120\times\frac{4}{7}=640\text{（人）}$$

后来，招进一批女工，女工人数便占全体工人总数的$\frac{7}{15}$，男工人数便占总人数的：

$$1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$$

这时全厂工人的总人数是：

$$640\div\frac{4}{7}=1200\text{（人）}$$

后来女工的总人数是：

$$1200 \times \frac{7}{15} = 560$$（人）

新招进的女工人数是：

$$560 - 1120 \times \frac{3}{7}$$

=560-480

=80（人）

答略。

*例 2 求图 24-1 中阴影部分的面积。（单位：厘米）（适于六年级程度）

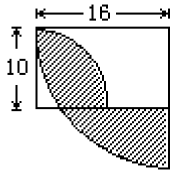


图 24-1

解：如果直接计算图中阴影部分的面积，几乎是不可能的。如果把角度转换为，从大扇形面积减去右面空白处的面积，就容易求出阴影部分的面积了。

$$\frac{1}{4} \times 3.14 \times 16 \times 16 - \left(16 \times 10 - \frac{1}{4} \times 3.14 \times 10 \times 10\right)$$

=200.96-81.5

=119.46（平方厘米）

答：阴影部分的面积是 119.46 平方厘米。

（三）转换题中的数据

转换题中的数据就是将题中已知的数据进行等价变换，从而协调各个数据之间的关系。

例 1 两辆汽车同时从相距 465 千米的两地相对开出，4.5 小时后两车还相距 120 千米。一辆汽车每小时行 37 千米。另一辆汽车每小时行多少千米？（适于五年级程度）

解：如果两地的距离减少 120 千米，两车经过 4.5 小时正好相遇，两车 4.5 小时行的路程是：

465-120=345（千米）

两车的速度之和是：

$$345 \div 4.5 = 76\frac{2}{3}$$（千米/小时）

另一辆汽车每小时行的路程是：

$$76\frac{2}{3} - 37 = 39\frac{2}{3}$$（千米）

综合算式：

（465-120）÷4.5-37

=345÷4.5-37

$=76\frac{2}{3}-37$

$=39\frac{2}{3}$（千米）

答：另一辆汽车每小时行$39\frac{2}{3}$千米。

＊例2 某校三天共种70棵树。第一天种的棵数是第二天的$\frac{3}{5}$，第二天种的棵数是第三天的$\frac{5}{6}$。三天各种多少棵树？（适于六年级程度）

解：如果从分数角度分析，不易找出数量间的关系。如果把分数转换为比来分析，就会得出，第一天与第二天种的棵数的比是3∶5，第二天与第三天种的棵数比是5∶6。

所以，第一、二、三天种的棵数的比是3∶5∶6。

第一天种：

$$70\times\frac{3}{3+5+6}=15\text{（棵）}$$

第二天种：

$$70\times\frac{5}{3+5+6}=25\text{（棵）}$$

第三天种：

$$70\times\frac{6}{3+5+6}=30\text{（棵）}$$

答略。

（四）转换为统一标准

当题中两个或几个数量的单位“1”不统一，不便于解答时，如把某个数量作为标准单位“1”，把其他数量转化为以它为标准的分率，就会突破障碍，顺利解题。

例1 甲、乙、丙、丁四人合买一批化肥。甲付的钱是其他人所付钱数之和的$\frac{1}{2}$，乙付的钱是其他人所付钱数之和的$\frac{1}{3}$，丙付的钱是其他人所付钱数之和的$\frac{1}{4}$，丁付260元。问买这批化肥用了多少钱？（适于六年级程度）

解：把甲、乙、丙、丁所付钱数统一为以总数量作为标准量的分率。由甲付的钱是其他人所付钱数之和的$\frac{1}{2}$可知，其他人所付钱数之和是“1”，总数量是$(1+\frac{1}{2})$，甲、乙、丙所付的钱分别占总数量的$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$。

丁付的260元占总数量的$(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5})$。所以，买这批化肥用的钱数是：

$$260 \div (1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5})$$
$$=260 \div \frac{13}{60}$$
$$=1200(\text{元})$$

答略。

*例2 某商店原来彩色电视机的台数是黑白电视机台数的$\frac{3}{4}$。黑白电视机卖出52台后，它的台数是彩色电视机的$\frac{9}{10}$。这个商店原来有黑白电视机和彩色电视机各多少台？（适于六年级程度）

解：题中$\frac{3}{4}$与$\frac{9}{10}$的单位"1"不统一，不便于解题。因为彩色电视机的台数没有发生变化，我们以彩色电视机的台数作为单位"1"。这样就可以把"彩色电视机是黑白电视机的$\frac{3}{4}$"转化为"黑白电视机是彩色电视机的$1\div\frac{3}{4}=\frac{4}{3}$。两种电视机的单位"1"统一了，就容易看出，黑白电视机卖出52台时它的分率从$\frac{4}{3}$减少到$\frac{9}{10}$。52台的对应分率是$\frac{4}{3}-\frac{9}{10}=\frac{13}{30}$。所以，

彩色电视机的台数是：

$$52 \div (1\div\frac{3}{4}-\frac{9}{10})=120(\text{台})$$

黑白电视机的台数是：

$$120 \div \frac{3}{4}=160(\text{台})$$

或

$$120 \times \frac{9}{10}+52=160(\text{台})$$

答略。

（五）转换隐蔽条件为明显条件

有些应用题的解题条件十分隐蔽。认真体会题中字、词、句的含义，看清这些字、词、句实质上说的是什么，必要时借助图形分析，或适当改变题中的条件，就可能把原来题中隐蔽的条件转换为明显条件，从而较快解题。

*例 1 甲、乙二人分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，在离 B 点 18 千米的地方相遇。相遇后二人继续往前行，甲到 B 地和乙到 A 地立即返回，在离 A 地 8 千米的地方又相遇。求 A、B 两地相距多少千米？（适于高年级程度）

解：解答此题的条件十分隐蔽。借助图 24-2 分析问题，可将隐蔽条件转

换为明显条件。

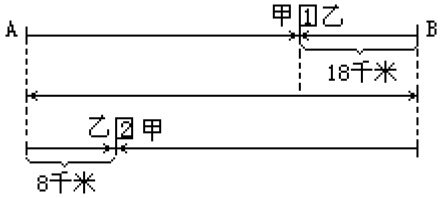


图 24-2

（1）从开始出发到二人第一次相遇，甲、乙共同走完一个全程的路程，其中乙走了 18 千米。这就是说甲、乙二人共同走完一个全程的路程时乙走 18 千米，若共同走完三个全程，那么乙就走 18×3 千米的路程。

（2）甲、乙第二次相遇时，二人走了三个全程的路程，而乙走了一个全程加 8 千米。

（3）乙走的一个全程加 8 千米应等于 18×3 千米，所以，A、B 两地的距离是：

18×3-8=46（千米）

答：甲乙两地相距 46 千米。

*例2 有两袋大米共重220千克。甲袋米吃去$\frac{1}{3}$，乙袋米吃去$\frac{1}{2}$时，甲袋剩下的米是乙袋剩下米的$1\frac{3}{5}$倍。求甲、乙两袋米原来各有多少千克？（适于六年级程度）

解：甲袋米吃去$\frac{1}{3}$，剩下$(1-\frac{1}{3})$；乙袋米吃去$\frac{1}{2}$，剩下$(1-\frac{1}{2})$。

甲袋米的$(1-\frac{1}{3})$是乙袋米的$(1-\frac{1}{2})$的$1\frac{3}{5}$倍，即甲袋米的$\frac{2}{3}$是乙袋米的$\frac{1}{2}$的$1\frac{3}{5}$倍。

甲袋米的$\frac{2}{3}$是乙袋米的$\frac{1}{2}$的$1\frac{3}{5}$倍，甲袋米的$\frac{2}{3}=$乙$\times\frac{1}{2}\times1\frac{3}{5}$。即甲的$\frac{2}{3}=$乙的$(\frac{1}{2}\times\frac{8}{5})$，甲的$\frac{2}{3}$等于乙的$\frac{4}{5}$。

甲袋米的重量是乙袋米重量的$\frac{4}{5}\div\frac{2}{3}=1\frac{3}{5}$（倍），所以：

$220\div$（$1+1\frac{1}{5}$）$=100$（千克）…………………乙袋米重

220-100=120（千克）…………………甲袋米重

答略。

（六）转换叙述方式

对数量关系复杂、不易理出头绪、不易分析解答的应用题，经过逐字、逐句地分析，弄清每一句话的意思，然后转换原题的叙述方式，就可化繁为简，化难为易，使原题变得易于解答。

*例 1 李老师带领学生植 100 棵树。李老师先植一棵，然后对同学们说："男同学每人植两棵，女同学每两人合植一棵。"这样正好把余下的树苗植完。问李老师带领的学生中有多少名男生，多少名女生？（适于高年级程度）

解：逐层分析每一句话的意思。李老师植一棵，那么学生就是植了 99 棵；男同学每人植两棵，女同学每两人合植一棵，可以看作一名男生和两名女生组成一组，植树 3 棵。

$$99\div3=33\text{（组）}$$

这样就可以认为学生正好分成 33 组。

根据上面的分析，上面的题就可以这样叙述：

有 33 组学生去植树，每一组学生中有一名男生、两名女生。求去植树的学生中有多少名男生、女生？

1×33=33（名）……………………………………男生人数

2×33=66（名）……………………………………女生人数

答：有男生 33 名，有女生 66 名。

*例 2 一位天文爱好者说："土星直径比地球直径的 9 倍还多 4800 千米，土星直径除以 24 等于水星直径，水星直径加上 2000 千米等于火星直径，火星直径的一半减去 500 千米等于月亮直径，月亮直径是 3000 千米。求地球直径是多少千米？（适于高年级程度）

解：把原题倒过来叙述：月亮直径是 3000 千米，月亮直径加上 500 千米后的 2 倍等于火星直径，火星直径减去 2000 千米等于水星直径，水星直径的 24 倍等于土星直径，土星直径减去 4800 千米是地球直径的 9 倍。

水星直径：

$$(3000+500)\times2-2000=5000\text{（千米）}$$

土星直径：

$$5000\times24=120000\text{（千米）}$$

地球直径：

$$(120000-4800)\div9=12800\text{（千米）}$$

答略。

（七）转换解题的方法

当题目用通常方法很难解答或不能解答时，应转换解题方法，使问题得到解决。

例 1 汽车 7 小时行 300 千米，照这样计算，行驶 7500 千米需要多少小时？（适于三年级程度）

解：此题如果这样考虑，求行 7500 千米需要多少小时，要先求出汽车每小时行多少千米，然后 7500 千米再除以汽车每小时的速度，即：7500÷（300÷7）

这样列式计算时，小括号内的 300÷7 是除不尽的，三年级的学生还没学过计算小数的近似值。本题用上面的方法列式解答看来不行，应换一种解题方法。

如果求出 7500 千米中含有多少个 300 千米，就可求出这辆汽车行多少个 7 小时。这时可这样列式解答：

$$7\times(7500\div300)$$
$$=7\times25$$
$$=175（小时）$$

答：行驶 7500 千米需要 175 小时。

*例 2 一个长方体，表面积是 66.16 平方分米，底面积是 19 平方分米，底面周长是 17.6 分米。这个长方体的高是多少分米？（适于五年级程度）

解：以一般方法解此题，求长方形的高，需要用底面积去除体积。可是已知条件中没有体积，而且不容易求出，这就需要转换解题方法。

题中已知长方体的表面积。因为长方体共有 6 个面，每一对相对面的面积相等，所以可以把表面积转化为三个不同面积之和：

$$66.16\div2=33.08（平方分米）$$

又因为底面积已知，所以可求出另外两个面的面积之和：

$$33.08-19=14.08（平方分米）$$

14.08 平方分米这个面积是由“长×高+宽×高=（长+宽）×高”得到的。

14.08 平方分米这个面积的长（即长与宽的和）是：

$$17.6\div2=8.8（分米）$$

所以，这个长方体的高是：

$$14.08\div8.8=1.6（分米）$$

答略。

例 3 一辆快车和一辆慢车同时分别从 A、B 两站相对开出，经过 4 小时后两车相遇。相遇后快车继续行驶 3 小时到达乙地。已知慢车每小时比快车少行 15 千米。求 A、B 两站相距多少千米？（适于六年级程度）

解：此题要是依靠具体的数量进行分析，解题就会遇到困难。如果转换解题思路，用解工程问题的方法可化难为易。

把全程看作“1”，两车每小时共行全程的$\frac{1}{4}$，快车每小时行全程的：

$$\frac{1}{4+3}=\frac{1}{7}$$

慢车每小时行全程的：

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{7}=\frac{3}{28}$$

由于慢车每小时比快车少行15千米，所以15千米的对应分率是$(\frac{1}{7}-\frac{3}{28})$。

A、B 两地的距离是：

$$15\div(\frac{1}{7}-\frac{3}{28})$$
$$=15\div\frac{1}{28}$$
$$=420(千米)$$

答略。

二十五、假设法

当应用题用一般方法很难解答时，可假设题中的情节发生了变化，假设题中两个或几个数量相等，假设题中某个数量增加了或减少了，然后在假设的基础上推理，调整由于假设而引起变化的数量的大小，题中隐蔽的数量关系就可能变得明显，从而找到解题方法。这种解题方法就叫做假设法。

用假设法解应用题，要通过丰富的想象，假设出既合乎题意又新奇巧妙，既简单又便于计算的条件。

有些用一般方法能解答的应用题，用假设法解答可能更简捷。

（一）假设情节变化

例1 学校有篮球和足球共21个，借出篮球个数的$\frac{1}{3}$和1个足球后，两种球的个数相等。原来有篮球和足球各多少个？（适于六年级程度）

解：假设篮球没有借出，足球借出一个，那么，可以把现有篮球的个数看作是3份数，把现有足球的个数看作2份数，两种球的总份数是：

3+2=5（份）

原来篮球的个数是：

$$(21-1)\times\frac{3}{5}=12\text{（个）}$$

原来足球的个数是：

21-12=9（个）

答略。

例2 甲乙两个煤场共存煤92吨，从甲场运出28吨后，乙场的存煤比甲场的4倍少6吨。两场原来各存煤多少吨？（适于六年级程度）

解：假设从甲场运出的不是28吨，而是比28吨少6吨的22吨，那么，乙场的存煤数就正好是甲场的4倍，甲场的存煤是1份数，乙场的存煤是4份数，乙场的存煤是两场存煤总数的$\frac{4}{5}$。所以，

乙场原来存煤：

$$(92-22)\times\frac{4}{5}=50\text{（吨）}$$

甲场原来存煤：

92-50=42（吨）

答略。

（二）假设两个（或几个）数量相等

例1 有两块地，平均亩产粮食185千克。其中第一块地5亩，平均亩产粮食203千克。如果第二块地平均亩产粮食170千克，第二块地有多少亩？（适于五年级程度）

解：假设两块地平均亩产粮食都是170千克，则第一块地的平均亩产量比两块地的平均亩产多：

$$203-170=33\text{（千克）}$$

5亩地要多产：

$$33\times5=165\text{（千克）}$$

两块地实际的平均亩产量比假设的平均亩产量多：

$$185-170=15\text{（千克）}$$

因为165千克中含有多少个15千克，两块地就一共有多少亩，所以两块地的亩数一共是：

$$165\div15=11\text{（亩）}$$

第二块地的亩数是：

$$11-5=6\text{（亩）}$$

答略。

例2 两根同样长的绳子，甲绳剪去$\frac{1}{3}$，乙绳剪去$\frac{1}{3}$米，剩下的绳子哪一根长？（适于六年级程度）

解：此题可以有三种答案。

(1) 假设两根绳子都长1米，则甲绳剪去$\frac{1}{3}$后，剩下$1\times(1-\frac{1}{3})=\frac{2}{3}$（米）；乙绳剪去$\frac{1}{3}$米后，剩下$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$（米）。

答：剩下的两根绳子一样长。

（2）假设两根绳子都比1米短，任意假设为0.6米，则甲绳剪去$\frac{1}{3}$后，剩下$0.6\times(1-\frac{1}{3})=0.4$（米）$=\frac{6}{15}$（米）；乙绳剪去$\frac{1}{3}$米后，剩下$0.6-\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$（米）。

答：甲绳剩下的部分比乙绳剩下的部分长。

（3）假设两根绳子都比 1 米长。任意假定为 1.5 米，则甲绳剪去$\frac{1}{3}$后，乘下$1.5\times(1-\frac{1}{3})=1.5\times\frac{2}{3}=1$（米）；乙绳剪去$\frac{1}{3}$米后，剩下$1.5-\frac{1}{3}=1\frac{1}{6}$（米）。

答：乙绳剩下的部分比甲绳剩下的部分长。

例 3 一项工作，甲、乙两队单独做各需要 10 天完成，丙队单独做需要 7.5 天完成。在三队合做的过程中，甲队外出 1 天，丙队外出半天。问三队合做完成这项工作实际用了几天？（适于六年级程度）

解：假设甲没有外出，丙也未外出，也就是说，甲、乙、丙三个队的工作天数一样多，则三队合做的工作量可达到：

$$1+\frac{1}{10}+\frac{1}{7.5}\times\frac{1}{2}$$
$$=1.1+\frac{1}{15}$$
$$=1\frac{1}{6}$$

三队合做这项工作，实际用的天数是：

$$1\frac{1}{6}\div(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{7.5})$$
$$=1\frac{1}{6}\div\frac{1}{3}$$
$$=\frac{7}{6}\times3$$
$$=3.5(\text{天})$$

答略。

*例 4 一项工程，甲、乙两队合做 80 天完成。如果先由甲队单独做 72 天，再由乙队单独做 90 天，可以完成全部工程。甲、乙两队单独完成全部工程各需要用多少天？（适于六年级程度）

解：假设甲队做 72 天后，乙队也做 72 天，则剩下的工程是：

$$1-\frac{1}{80}\times72=\frac{1}{10}$$

乙队还需要做的时间是：

90-72=18（天）

乙队单独完成全部工程的时间是：

$$1\div(\frac{1}{10}\div18)$$
$$=1\div\frac{1}{180}$$
$$=180(\text{天})$$

甲队单独完成全部工程的时间是：

$$72\div(1-\frac{1}{180}\times90)$$
$$=72\div\frac{1}{2}$$
$$=144(\text{天})$$

答略。

（三）假设两个分率（或两个倍数）相同

*例 1 某商店上月购进的蓝墨水瓶数是黑墨水瓶数的 3 倍，每天平均卖出黑墨水 45 瓶，蓝墨水 120 瓶。过了一段时间，黑墨水卖完了，蓝墨水还剩 300 瓶。这个商店上月购进蓝墨水和黑墨水各多少瓶？（适于高年级程度）

解：根据购进的蓝墨水是黑墨水的 3 倍，假设每天卖出的蓝墨水也是黑墨水的 3 倍，则每天卖出蓝墨水：

45×3=135（瓶）

这样，过些日子当黑墨水卖完时蓝墨水也会卖完。实际上，蓝墨水剩下 300 瓶，这是因为实际比假设每天卖出的瓶数少：

135-120=15（瓶）

卖的天数：

300÷15=20（天）

购进黑墨水：

45×20=900（瓶）

购进蓝墨水：

900×3=2700（瓶）

答略。

*例 2 甲、乙两个机床厂今年一月份都超额完成了生产计划，甲厂完成计划的 112%，乙厂完成计划的 110%。两厂共生产机床 400 台，比原计划超产 40 台。两厂原计划各生产多少台机床？（适于六年级程度）

解：假设两个厂一月份都完成计划的 110%，则两个厂一月份共生产机床：

（400-40）×110%=396（台）

甲厂计划生产：

（400-396）÷（112%-110%）

=4÷2%

=200（台）

乙厂计划生产：

400-40-200=160（台）

答略。

（四）假设某个数量不比其他数量多或不比其他数量少

例 1 某校三、四年级学生去植树。三年级去 150 人，四年级去的人数比三年级人数的 2 倍少 20 人。两个年级一共去了多少人？（适于三年级程度）

解：假设四年级去的人数正好是三年级的 2 倍，而不是比三年级的 2 倍少 20 人，则两个年级去的人数正好是三年级人数的 3 倍。

两个年级去的人数是：

150×3=450（人）

因为实际上，四年级去的人数比三年级 2 倍少 20 人，所以两个年级去的实际人数是：

450-20=430（人）

答略。

*例 2 甲、乙、丙三个乡都拿出同样多的钱买一批化肥。买好后，甲、丙两个乡都比乙乡多 18 吨，因此甲乡和丙乡各给乙乡 1800 元。问每吨化肥的价格是多少元？（适于高年级程度）

解：假设甲、丙两个乡买的化肥不比乙乡多 18 吨，而是与乙乡买的同样多，则应把多出来的 2 个 18 吨平均分。平均分时每个乡多得：

18×2÷3=12（吨）

因为甲、丙两个乡都比乙乡多得 18 吨，而平均分时每个乡得 12 吨，所以乙乡实际比甲、丙两个乡都少：

18-12=6（吨）

每吨化肥的价格：

1800÷6=300（元）

答略。

（五）假设某个数量增加了或减少了

*例1 某班男生比全班人数的$\frac{5}{9}$少4人，女生比全班人数的$\frac{2}{5}$多6人。这个班的男女生各是多少人？（适于六年级程度）

解：假设男生增加4人，女生减少4人，则全班总人数不变，男生正好是全班人数的$\frac{5}{9}$，女生比全班人数的$\frac{2}{5}$多：

6-4=2（人）

全班人数是：

$$(6-4)\div(1-\frac{5}{9}-\frac{2}{5})=45\text{（人）}$$

男生人数是：

$$45\times\frac{5}{9}-4=21\text{（人）}$$

女生人数是：

$$45\times\frac{2}{5}+6=24\text{（人）}$$

答略。

*例 2 学校运来红砖和青砖共 9750 块。红砖用去 20%，青砖用去 1650 块后，剩下的红砖和青砖的块数正好相等。学校运来红砖、青砖各多少块？（适于六年级程度）

解：假设少运来 1650 块青砖，则一共运来砖：

9750-1650=8100（块）

以运来的红砖的块数为标准量 1，则剩下的红砖的分率是：

1-20%=80%

因为剩下的红砖的块数与青砖的块数正好相等，所以青砖的分率也是 80%。

因为 8100 块中包括全部红砖和红砖的（1-20%）（青砖），所以 8100 块的对应分率是（1+1-20%）。运来的红砖是：

（9750-1650）÷（1+1-20%）

=8100÷1.8

=4500（块）

运来的青砖是：

9750-4500=5250（块）

答：运来红砖 4500 块，运来青砖 5250 块。

（六）假设某个数量扩大了或缩小了

例 1 把鸡和兔放在一起共有 48 个头、114 只爪和脚。鸡和兔各有多少只？（适于四年级程度）

解：假设把鸡爪和兔子脚的只数都缩小 2 倍，则鸡爪数和鸡的头数一样多，兔的脚数是兔头数的 2 倍。

这样就可以认为，114÷2 所得商中含有全部鸡的头数，也含有兔子头数 2 倍的数，而 48 中包含全部鸡的头数和兔子头数 1 倍的数。

所以兔的只数是：

$$114\div2-48=9\text{（只）}$$

鸡的只数是：

$$48-9=39\text{（只）}$$

答略。

*例2 两堆煤共 2268 千克，取出甲堆的 $\frac{2}{5}$ 和乙堆的 $\frac{1}{4}$ 共 708 千克，求甲、乙两堆煤原来各是多少千克？（适于六年级程度）

解：假设把从甲、乙两堆煤里取出的煤的数量扩大 4 倍，则从两堆煤取出的总数量比原来的两堆煤多：

$$\begin{aligned}&708\times4-2268\\=&2832-2268\\=&564\text{（千克）}\end{aligned}$$

假设后，从甲堆取出的煤的分率是 $\frac{2}{5}\times4=1\frac{3}{5}$，这比甲堆煤的实际重量多了 $1\frac{3}{5}-1=\frac{3}{5}$；从乙堆取出的煤的分率是 $\frac{1}{4}\times4=1$（全部取出）。因此，564 千克的对应分率是 $\frac{3}{5}$。

甲堆煤的重量是：

$$\begin{aligned}&(708\times4-2268)\div\left(\frac{2}{5}\times4-1\right)\\=&(2832-2268)\div\frac{3}{5}\\=&564\times\frac{5}{3}\\=&940\text{（千克）}\end{aligned}$$

乙堆煤的重量是：

$$2268-940=1328\text{（千克）}$$

答略。

本题也可用假设两堆煤都取出 $\frac{2}{5}$ 或 $\frac{1}{4}$ 的方法来解。

二十六、设数法

当应用题中没有解题必需的具体的数量，并且已有数量间的关系很抽象时，如果假设题中有个具体的数量，或假设题中某个未知数的数量是单位 1，题中数量之间的关系就会变得清晰明确，从而便于找到解答问题的方法，我们把这种解答应用题的方法叫做设数法。

实际上设数法是假设法中的一种方法，因为它的应用比较多，所以我们把它单列为一种解题方法。

在用设数法解答应用题设具体数量时，要注意两点：一是所设数量要尽量小一些；二是所设的数量要便于分析数量关系和计算。

（一）设具体数量

例 1 一艘轮船从甲港开往乙港，去时顺水，每小时行驶 30 千米；返回时逆水，每小时行驶 20 千米。求这艘轮船往返的平均速度。（适于五年级程度）

解：甲、乙两港之间的路程没有给，要求往返的平均速度就比较困难。我们可以设甲、乙两港之间的路程为 60 千米（60 是轮船往返速度 30 和 20 的最小公倍数）。

这样去时用的时间是：

60÷30=2（小时）

返回时用的时间是：

60÷20=3（小时）

往返一共用的时间是：

3+2=5（小时）

往返的平均速度是：

60×2÷5=24（千米/小时）

综合算式：

60×2÷（60÷30+60÷20）

=120÷（2+3）

=120÷5

=24（千米/小时）

答略。

*例 2 光华小学中、高年级共有学生 600 名，如果中年级派出本年级人数的 $\frac{1}{16}$ 去车站打扫卫生，这时中年级余下的人数还比高年级多 20 名。中、高年级原来各有学生多少名？（适于六年级程度）

解：已知分率“$\frac{1}{16}$”是对中年级而言，因此，可把中年级人数看作单位“1”。假设高年级增加 20 名学生，这样中、高年级人数从原来的 600 名增加到：

600+20=620（名）

这时，中年级派出本年级人数的$\frac{1}{16}$后，余下的人数正好和高年级人数相等，即高年级人数就相当于中年级的（$1-\frac{1}{16}$）。这样，中年级人数的（$1-\frac{1}{16}+1$）就是620名。

中年级人数是：

$$620\div(1-\frac{1}{16}+1)$$
$$=620\div1\frac{15}{16}$$
$$=320（人）$$

高年级的人数是：

600-320=280（人）

答略。

例 3 某人骑一辆自行车从甲地去乙地，每小时行 15 千米；从乙地回到甲地，每小时行 10 千米。求此人骑自行车往返甲、乙两地的平均速度。（适于六年级程度）

解：题中缺少“ 甲、乙两地的距离 ”的具体数量。我们可以任意设一个数为甲、乙两地的路程。

如设 30 千米为甲、乙两地路程，这辆自行车往返甲、乙两地的平均速度是：

$$30\times2\div(\frac{30}{15}+\frac{30}{10})$$
$$=60\div(2+3)$$
$$=60\div5$$
$$=12（千米/小时）$$

答略。

此题如设 20 千米为甲、乙两地的路程，那么，可列式为 20×2÷（$\frac{20}{15}+\frac{20}{10}$）$=12$（千米 / 小时），不管甲、乙两地的路程是多少千米，这辆自行车往返甲、乙两地的平均速度都是 12 千米/小时。

例 4 用甲、乙两台收割机分别收割一块地的小麦时，甲用 6 小时可以收割完，乙用 4 小时可以收割完。用这两台收割机同时收割这块地，多少小时可以收割完？（适于五年级程度）

解：因为这块地的亩数是个未知的数量，所以对没学过用“ 解工程问题 ”的方法解应用题的学生是一道难题。如果假设出这块地的亩数是个已知的数量，此题就容易解了。

假设这块地是 12 亩（也可假设为 6 和 4 的其他公倍数，如 24 亩、36 亩、48 亩、60 亩等。这里假设为 12 亩，是因为 12 是 6 和 4 的最小公倍数，这样便于计算）。则由题意得：

12÷（12÷6+12÷4）

=12÷（2+3）

=2.4（小时）

答：两台同时收割 2.4 小时可以收割完。

*例 5 有一堆苹果，如果平均分给大、小两个班的小朋友，每人可得 6 个；如果只分给大班，每人可得 10 个。如果只分给小班，每人可得几个？（适于五年级程度）

解法（1）：假设有 120 个苹果，则大、小两个班共有小朋友：

120÷6=20（人）

大班有：

120÷10=12（人）

小班有：

20-12=8（人）

小班每人可分得苹果：

120÷8=15（个）

综合算式：

120÷（120÷6-120÷10）

=120÷8

=15（个）

答：只分给小班，每人可得 15 个。

解法（2）：假设两个班的总人数是 30 人，则苹果的总个数是：

6×30=180（个）

大班人数是：

180÷10=18（人）

小班人数是：

30-18=12（人）

小班每人可分得苹果：

180÷12=15（个）

综合算式：

6×30÷（30-6×30÷10）

=180÷（30-18）

=15（个）

答略。

（二）设单位“1”

例 1 某食堂改造炉灶后，每天节约用煤 60 千克，这样原来计划用 32 天的煤，现在可以用 48 天。这堆煤共有多少千克？（适于六年级程度）

解：设这堆煤的总重量为单位“1”，这样原来每天烧这堆煤的$\frac{1}{32}$，现在每天烧这堆煤的$\frac{1}{48}$。

现在每天比原来少烧：

$$\frac{1}{32}-\frac{1}{48}=\frac{1}{96}$$

根据现在每天比过去节约用煤60千克，可知“60千克”与“$\frac{1}{96}$”正好对应。所以这堆煤的重量是：

$$60\div\frac{1}{96}=5760\text{（千克）}$$

答略。

例2 有一个正方体和一个长方体，长方体的长等于正方体的棱长，长方体的宽等于正方体棱长的一半，长方体的高等于正方体棱长的$\frac{1}{3}$。长方体的体积是正方体体积的几分之几？（适于六年级程度）

解：设正方体的棱长为1，那么正方体的体积是：

$$1\times1\times1=1$$

长方体的体积是：

$$1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

长方体的体积是正方体体积的$\frac{1}{6}\div1=\frac{1}{6}$。

答略。

例3 甲、乙两人共有人民币680元，甲的钱数的$\frac{3}{4}$等于乙的钱数的$\frac{2}{3}$。求甲、乙二人各有人民币多少元？（适于六年级程度）

解：把“甲的钱数的$\frac{3}{4}$等于乙的钱数的$\frac{2}{3}$”写成数量关系式是：

$$\frac{3}{4}\text{甲}=\frac{2}{3}\text{乙}$$

设甲的钱数为单位 1，这时因为甲的钱数是 1，所以上面的关系式便成为：

$$\frac{3}{4}=\frac{2}{3}\text{乙}$$

$$\text{乙}=\frac{3}{4}\div\frac{2}{3}$$

$$=\frac{9}{8}$$

这就是说，乙的钱数是甲的钱数的$\frac{9}{8}$。

“680元”的对应分率是（$1+\frac{9}{8}$）。

甲有人民币：

$$680\div\left(1+\frac{9}{8}\right)$$
$$=680\div\frac{17}{8}$$
$$=320\text{（元）}$$

乙有人民币：

$$320\times\frac{9}{8}=360\text{（元）}$$

答略。

例 4 在一次 407 人参加的歌手大赛中，没有获奖的女歌手占女歌手总数的$\frac{1}{9}$；没有获奖的男歌手有16人，而获奖的男女歌手人数一样多。问参赛的男女歌手各有多少人？（适于六年级程度）

解：设女歌手的总人数为 1。

从男女歌手总人数 407 人中，去掉没获奖的男歌手 16 人之后，（407-16）人就相当于女歌手总人数的$1+\left(1-\frac{1}{9}\right)=\frac{18}{9}$（倍）。

女歌手的人数是：

$$(407-16)\div\frac{18}{9}$$
$$=391\div\frac{17}{9}$$
$$=207\text{（人）}$$

男歌手的人数是：

407-207=200（人）

答略。

二十七、代数法

解应用题时，用字母代表题中的未知数，使它和其他已知数同样参加列式、计算，从而求得未知数的解题方法，叫做代数法。代数法也就是列方程解应用题的方法。

学习用代数法解应用题，要以学过算术法解应用题为基础。我们知道用算术法解应用题时，未知数始终处于被追求的地位，除了要进行顺向思考，必要时还要进行逆向思考，所以有些应用题用算术法解答很困难，而用代数法解应用题，由于是用字母代表题中的未知数，因此只要把代表未知数的字母看作已知数来考虑问题，正确找出题中数量间的等量关系，就可以用代表未知数的字母和已知数共同组成一个等式（即方程），然后计算出未知数的值。这种解题思路直接、简单，可化难为易，特别是在解答比较复杂的应用题时用代数法就更容易。

小学生在开始学习用代数法解应用题时，可能不大习惯，会受到算术法解题思路的干扰，在解题过程中可能出现一些错误。为顺利地学好用代数法解应用题，应注意以下几个问题：

1.切实理解题意。通过读题，要明白题中讲的是什么意思，有哪些已知条件，未知条件是什么，已知条件与未知条件之间是什么关系。

2.在切实理解题意的基础上，用字母代表题中（设）未知数。通常用字母 x 代表未知数，题目问什么就用 x 代表什么。小学数学教材中，求列方程解答的应用题绝大多数都是这样的。

有些练习题在用代数法解答时，不能题中问什么都用 x 表示。x 只表示题中另一个合适的未知数，这样才能顺利列出方程，求出所设的未知数。然后通过计算，求出题目要求的那个未知量。如果一道题要求两个或两个以上的未知数，这就要根据题目的具体情况，从思考容易、计算方便着眼，灵活选择一个用 x 表示，其他未知数用含有 x 的代数式表示。

3.根据等量关系列方程。要根据应用题中数量之间的等量关系列出方程。列方程要同时符合三个条件：(1) 等号两边的式子表示的意义相同；(2) 等号两边数量的单位相同；(3) 等号两边的数量相等。如果一道应用题的数量有几个相等的关系，并且每一个都可以作为列方程的依据，这时要选择最简便、最明确的等量关系列出方程。

列方程时，如果未知数 x 只出现在等式的一端，要注意把含有未知数 x 的式子放在等式左边，这样解方程时比较方便。但不能在列方程时，只把表示未知数的一个字母 x 单独写在等号左端，因为这种列式的方法不是代数法，而仍然是算术法。

4.解方程。解方程是根据四则运算中各部分数之间的关系进行推算。计算要有理有据，书写格式要正确。

解出 x 的数值后，不必注单位名称。

5.先检验，后写答案。求出 x 的值以后，不要忙于写出答案，而是要先把 x 的值代入原方程进行检验，检验方程左右两边的得数是不是相等。如果方程左右两边的得数相等，则未知数的值是原方程的解；如果方程左右两边的数值不相等，那么所求出的未知数的值就不是原方程的解。这时就要重新检查：未知数设得对不对？方程列得对不对？计算过程有没有问题？……一直到找出问题的根源。值得注意的是：即使求出的未知数的值是原方程的解，

也应仔细考虑一下，得出的这个值是否符合题意，是否有道理。当证明最后得数确实正确后再写出答案。

列方程解应用题的关键是找准等量关系，根据等量关系列出方程。找等量关系没有固定方法，考虑的角度不同，得出的等量关系式就不同。

（一）根据数量关系式找等量关系，列方程解题

例 1 一名工人每小时可以制作 27 个机器零件。要制作 351 个机器零件，要用多少小时？（适于五年级程度）

解：设制做 351 个机器零件，要用 x 小时。

根据“工作效率×时间=工作总量”这个数量关系，列方程得：

$$
\begin{aligned}
27x&=351\\
x&=351\div27\\
x&=13
\end{aligned}
$$

答：这名工人制作 351 个机器零件要用 13 个小时。

例 2 A、B 两地相距 510 千米，甲、乙两车同时从 A、B 两地相向而行，6 小时后相遇。已知甲车每小时行 45 千米，乙车每小时行多少千米？（适于五年级程度）

解：设乙车每小时行 x 千米。根据“部分数+部分数=总数”，列方程得：

$$
\begin{aligned}
45\times6+6x&=510\\
6x&=510-45\times6\\
6x&=510-270\\
6x&=240\\
x&=240\div6\\
x&=40
\end{aligned}
$$

答略。

（二）抓住关键词语找等量关系，列方程解题

例 1 长江的长度为 6300 千米，比京杭大运河（北京-杭州）全长的 3 倍还多 918 千米。求京杭大运河的全长是多少千米？（适于五年级程度）

解：根据“长江的长度为 6300 千米，比京杭大运河全长的 3 倍还多 918 千米”，可找出长江的全长与京杭大运河全长的等量关系：京杭大运河全长×3+918=长江全长。

设京杭大运河全长为 x 千米，列方程得：

$$
\begin{aligned}
3x+918&=6300\\
3x&=6300-918\\
3x&=5382\\
x&=1794
\end{aligned}
$$

答略。

例 2 9 头蓝鲸的最长寿命之和比 6 只乌龟的最长寿命之和多 114 年。乌龟的最长寿命是 116 年。求蓝鲸的最长寿命是多少年？（适于五年级程度）

解：根据“9 头蓝鲸的最长寿命之和比 6 只乌龟的最长寿命之和多 114 年”，可以看出 9 头蓝鲸寿命之和与 6 只乌龟寿命之和的等量关系是：

蓝鲸的最长寿命×9-114=116×6。

设蓝鲸的最长寿命是 x 年，列方程得：

$$9x-114=116\times6$$
$$9x=116\times6+114$$
$$9x=810$$
$$x=90$$

答略。

（三）画图形找等量关系，列方程解题

例 1 某农场收割 4000 亩小麦，前 3 天每天收割 700 亩。剩下的要 2 天收完，每天要收割多少亩？（适于五年级程度）

解：根据题意作图 27-1。

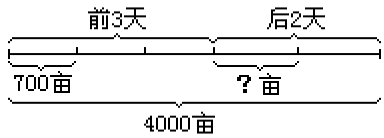


图 27-1

由图 27-1 可以看出题中的等量关系是：“前 3 天收割的亩数+后 2 天收割的亩数=4000 亩”。

设后 2 天每天收割 x 亩，列方程得：

$$700\times3+2x=4000$$
$$2x=4000-700\times3$$
$$2x=4000-2100$$
$$2x=1900$$
$$x=950$$

答略。

例 2 甲、乙两列火车同时从相距 360 千米的两个车站相向开出，3 小时后相遇。已知甲车每小时行 55 千米，乙车每小时行多少千米？（适于五年级程度）

解：根据题意作图 27-2。

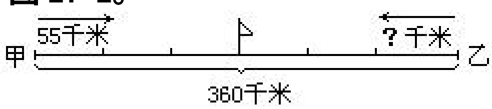


图 27-2

从图 27-2 可以看出，甲、乙两列火车 3 小时共行 360 千米，甲车行的路程+乙车行的路程=360 千米。

设乙车每小时行 x 千米，列方程得：

$$55\times3+3X=360$$
$$3x=360-165$$
$$3x=195$$

$$x=65$$

答略。

*例 3 甲、乙两地相距 60 千米，自行车和摩托车同时从甲地驶往乙地，摩托车比自行车早到 4 小时，摩托车的速度是自行车速度的 3 倍。求摩托车和自行车的速度。（适于高年级程度）

解：作图 27-3。用图中纵向线段表示时间，用横向线段表示速度。

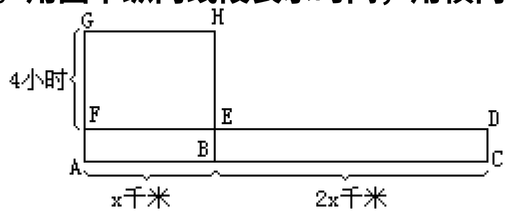


图 27-3

图 27-3 中线段 AB 表示自行车的速度，AC 表示摩托车的速度；AG 表示自行车用的时间，AF 表示摩托车用的时间。矩形 ABHG 和 ACDF 的面积都是表示甲、乙两地的距离 60 千米。

设 AB 为 x 千米，则 AC 为 3x 千米。

因为矩形ACDF的面积表示60千米，$AC=3x$所以$AF=\frac{60}{3x}$小时

根据$AG=$（$4+\frac{60}{3x}$）小时，矩形ABHG的面积表示60千米，列方程得：

$$\left(4+\frac{60}{3x}\right)x=60$$

$$4x+20=60$$

$$4x=60-20$$

$$x=10$$

$$3x=30$$

答：自行车每小时行 10 千米，摩托车每小时行 30 千米。

（四）列表找等量关系，列方程解题

例 1 甲、乙两名车工共车了 390 个零件，车工甲每小时车 30 个，车工乙每小时车 35 个。他们共同工作多少小时才车完这批零件？（适于五年级程度）

解：设两人共同车了 x 小时。根据题意，列表 27-1。

表 27-1

	每小时车的零件数	时间	每人车的零件数
车工甲	30	x	30x
车工乙	35	x	35x

从表 27-1 可以看出，车工甲在 x 小时里共车 30x 个零件，车工乙在 x 小时里共车 35x 个零件。

根据题意，列方程：

$$30x+35x=390$$
$$65x=390$$
$$x=390\div 65$$
$$x=6$$

答略。

*例 2 31 名学生去划船，分乘 3 只大船和 4 只小船，每只大船坐 5 名学生，每只小船坐几名学生？（适于高年级程度）

解：设每只小船坐 x 名学生。根据题意列出表 27-2。

表 27-2

	大船	小船	共有人数
每只船上坐的人数	5 名	x 名	31 名
船的只数	3 只	4 只	

从表 27-2 看出，大船上坐的人数+小船上坐的人数=31 人。大船上的人数是 5×3 名，小船上的人数是 4x 名。

列方程：

$$5\times 3+4x=31$$
$$4x=31-15$$
$$4x=16$$
$$x=4$$

答略。

（五）根据公式找等量关系，列方程解题

例 1 一个三角形的面积是 100 平方厘米，它的底是 25 厘米，高是多少厘米？（适于五年级程度）

解：设三角形的高是 x 厘米。

根据三角形的面积公式“底×高÷2=三角形面积”，列方程：

$$25x\div 2=100$$
$$25x=100\times 2$$
$$x=100\times 2\div 25$$
$$x=8$$

答略。

例 2 图 27-4 梯形的面积是 1050 平方厘米，下底长 18 厘米，高 30 厘米。上底长是多少厘米？（适于五年级程度）

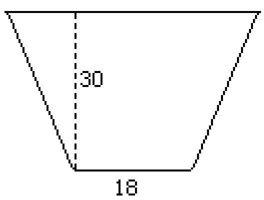


图 27-4

解：设梯形的上底为 x 厘米。

根据梯形的面积公式“（上底+下底）×高÷2=梯形面积”，列方程：

$$(x+18) \times 30 \div 2=1050$$
$$(x+18)=1050 \times 2 \div 30$$
$$x=70-18$$
$$x=52$$

答略。

二十八、联想法

我们把由某事物而想起其他相关的事物，由某概念而想起其他相关的概念，由某种解题方法而想起其他解题方法，从而使问题得到解决的解题方法叫做联想法。

通过联想，可以把感知过的客观事物中那些接近的、相似的、对立的，或有一定因果关系的事物建立某种联系，从而沟通知识之间的逻辑关系，促进知识之间、方法之间的迁移和同化，有利于认识新事物、产生新的设想。

（一）纵向联想

这是把问题的前后条件联系起来思考的方法。

例 幼儿园买来红皮球和白皮球，红皮球占皮球总只数的$\frac{5}{9}$，后来又买进红皮球 20 只，这时红皮球正好占皮球总数的 60%。现在有红皮球和白皮球各多少只？（适于六年级程度）

解：由“红皮球占皮球总只数的$\frac{5}{9}$”，联想到红皮球占5份，白皮球占 4 份。后来又买进红皮球 20 只，这时红皮球正好占皮球总数的 60%，由此联想到：现在皮球的总只数中，红皮球占 6 份，白皮球占 4 份。

可见，白皮球占的份数没有起变化，红皮球的份数增加了 6-5=1（份）。因为增加了 20 只红皮球是增加了 1 份。所以 1 份就是 20 只皮球。

红皮球这时占 6 份，红皮球的只数是：

$$20\times6=120\text{（只）}$$

白皮球占 4 份，白皮球的只数是：

$$20\times4=80\text{（只）}$$

答略。

（二）横向联想

这是指从一个问题想到另一个问题的思考方法。

例 东风小学五、六年级的同学共植树 330 棵。已知五年级植树的棵数是六年级的$\frac{5}{6}$，两个年级各植树多少棵？（适于六年级程度）

解：先用分数解法。由已知条件“五年级植树的棵数是六年级的$\frac{5}{6}$”可以看出，代表六年级棵数的分率是1，代表五年级棵数的分率是$\frac{5}{6}$，330棵所对应的分率是（$1+\frac{5}{6}$）。所以，

六年级植树：

$$330 \div \left(1+\frac{5}{6}\right)=180\text{（棵）}$$

五年级植树：

$$180 \times \frac{5}{6}=150\text{（棵）}$$

或　330-180=150（棵）

由分数解法联想到按比例分配的解法。

已知五年级植树棵数是六年级的$\frac{5}{6}$，可以看成五年级与六年级植树棵数的比是5：6。这样，五年级植的树占植树总棵数的$\frac{5}{11}$，六年级占$\frac{6}{11}$。所以：

六年级植树：

$$330 \times \frac{5}{11}=150\text{（棵）}$$

五年级植树：

$$330 \times \frac{6}{11}=180\text{（棵）}$$

或　$150 \div \frac{5}{6}=180$（棵）

答略。

（三）多角度联想

这是指对一个问题从几个不同的角度进行思考的方法。

例　图 28-1 半圆空白部分的面积是 7.85 平方厘米,求阴影部分的面积？（适于六年级程度）

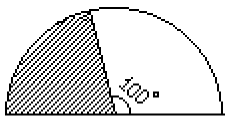


图 28-1

解：

（1）用归一法解。先求出右边扇形圆心角为 1°时的面积，再求出阴影部分扇形圆心角度数，然后求出阴影部分面积。

7.85÷100=0.0785（平方厘米）

180°-100°=80°

0.0785×80=6.28（平方厘米）

（2）由归一法解联想到用倍比法来解。求出图中阴影扇形圆心角度数是空白扇形圆心角度数的倍数,再根据空白部分的面积 7.85 平方厘米是阴影部分面积的倍数，然后求出阴影部分的面积。

（3）由倍比法解又联想到用解分数应用题的方法来解。先求出右边空白扇形圆心角度数是所在半圆圆心角度数的几分之几，再求出半圆面积，然后从半圆面积中减去空白部分的面积，就得到阴影面积。

（4）由解分数应用题的解法又联想到正比例的解法。因为

$$\frac{\text{扇形面积}}{\text{所对圆心角度数}}=\text{圆心角是1度的扇形面积（一定），}$$

所以，扇形面积与所对圆心角度数成正比例。

设图中阴影部分面积为 x 平方厘米

$$\frac{7.85}{100}=\frac{x}{180-100}$$
$$x=6.28$$

答略。

（四）由具体到抽象的联想

例 车站有货物 45 吨，用甲汽车 10 小时可以运完，用乙汽车 15 小时可以运完。用两辆汽车同时运，多少小时可以运完？（适于六年级程度）

解：根据具体的工作量、工作效率和工作时间之间的关系有：

（1）甲汽车每小时的工作量（工作效率）：

45÷10=4.5（吨）

（2）乙汽车每小时的工作量（工作效率）：

45÷15=3（吨）

（3）甲乙两汽车每小时的工作量（工作效率）的和：

4.5+3=7.5（吨）

（4）两辆汽车同时运所需时间：

45÷7.5=6（小时）

由具体的工作总量、工作效率和工作时间之间的关系，联想到抽象的工作总量、工作效率和工作时间之间的关系。

把45吨货物看作1，那么，甲汽车每小时的工作效率为$\frac{1}{10}$，乙汽车每小时的工作效率为$\frac{1}{15}$，甲、乙两辆汽车每小时工作效率的和是：

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{6}$$

两辆汽车同时运需要的时间是：

$$1\div\frac{1}{6}=6\text{（小时）}$$

答略。

（五）由部分到整体的联想

例 图 28-2 是一个机器零件图，求图中阴影部分的面积。（单位：厘米）（适于六年级程度）

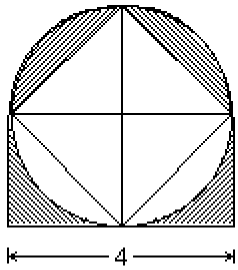


图 28-2

解：图 28-2 中阴影部分的面积由四个部分组成，分别求出它们的面积，再求几个部分面积的和是比较麻烦的。如果把这个图形经过旋转和翻折转化成图 28-3，那么，只要计算出一个边长是 4÷2=2（厘米）的正方形的面积就可以了。

答略。

（六）由一般到特殊的联想

例 前进机器厂，计划生产 2400 个机器零件，实际上在前 3 小时就完成了计划的 40%，照这样计算，几小时可以完成任务？（适于六年级程度）

解：一般解法是先求出前 3 小时生产多少个机器零件，再求出平均每小时生产多少个机器零件，然后求出生产 2400 个机器零件需要的时间。

$$2400\div(2400\times40\%\div3)$$
$$=2400\div320$$
$$=7.5（小时）$$

由一般解法联想到特殊解法。

把计划生产 2400 个机器零件需要的时间看作 1，由“实际上在前 3 小时就完成了计划的 40%”可知“3 小时”与“40%”正好是对应关系。因此，可直接列出算式：

$$3\div40\%=7.5（小时）$$

答略。

（七）由一种方法联想到另一种方法

这是指解决某个问题时，由一种方法想到另一些方法的思考方法。

例 1 木材公司运进一批木材，垛成如图 28-4 的形状。已知最底层是 102 根，以上每层少 1 根，共有 32 层，求这些木材共有多少根？（适于六年级程度）

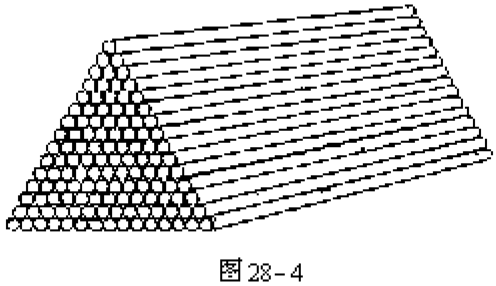


图 28－4

解：解这个题，当然可以把32层的32个数加起来，但是太麻烦，应该想一个能反映规律的办法。

观察它的截面，很容易同等腰梯形发生联想，梯形有上底、下底和高，于是联想到借用梯形的面积公式，或者说仿照梯形面积公式找出一个反映规律的公式，问题就可以解决了。

（102+71）×32÷2

答略。

例2 某工人原计划用42天的时间完成一批零件的加工任务，实际前12天就完成了任务的40%，剩下的零件比已完成的多21600个。照这样的工作效率，可以提前几天完成任务？（适于六年级程度）

解：先用一般解法。求出总任务的个数：

21600÷（1-40%-40%）

=21600÷20%

=108000（个）

再求提前完成天数：

42-12-[108000×（1-40%）÷（108000×40%÷12）]

=30-[64800÷3600]

=30-18

=12（天）

如果运用联想转化来解题，就不难发现，在工作效率一定的情况下，工作时间和工作量成正比例关系。也就是说前12天的工作量与总工作量的比率同前 12 天的工作时间与实际完成的工作时间的比率是一样的。因此可以由“实际前12天占实际完成任务所需时间的40%”，从而立即求出实际完成任务的天数是：

12÷40%=30（天）

提前完成任务的天数是：

42-30=12（天）

答略。

例3 两堆煤共有270吨，现在将甲堆煤运走$\frac{4}{5}$，乙堆煤运走$\frac{3}{4}$，两堆煤剩下的数量正好相等。两堆煤原来各有多少吨？（适于六年级程度）

解：先用一般方法解。先求甲堆煤的吨数。

因为两堆煤剩下的数量正好相等，所以把两堆煤剩下的数量分别看作1，则甲堆煤原来的数量是：

$$1\div\left(1-\frac{4}{5}\right)=5$$

乙堆煤原来的数量是：

$$1\div\left(1-\frac{3}{4}\right)=4$$

甲堆煤的吨数是：

270÷（5+4）×5

=270÷9×5

=150（吨）

乙堆煤的吨数是：

270-150=120（吨）

此题如果运用联想法，可获得简捷的解题思路。

甲堆运走$\frac{4}{5}$，可联想到把甲堆平均分成5份，运走其中的4份，剩下1份；乙堆运走$\frac{3}{4}$，联想到把乙堆平均分成4份，运走其中的3份，剩下1份。已知两堆煤运走后剩下的数量相等，可见甲堆的 1 份等于乙堆的 1 份。

又已知两堆煤有 270 吨，共有（5+4）份，联想到整数归一应用题，便可轻而易举地求出甲堆煤原来的吨数：

270÷（5+4）×5
=270÷9×5
=30×5
=150（吨）

乙堆煤原有吨数：

270÷（5+4）×4
=270÷9×4
=30×4
=120（吨）

答略。

（八）情境联想

这是指回到问题的情境中去思考问题的方法。

例 有一个运动场（如图 28-5），两头是半圆形，中间是长方形，这个运动场的周长是多少？面积是多少？（适于六年级程度）

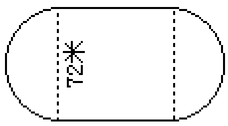


图 28-5

解：有的同学对图中的两个“72 米”，要不要作为周长来计算拿不定主意。我们可以联想在操场或运动场赛跑时的情境，就知道两个“72 米”在赛跑时是不要跑的，因此跑道的长度是：

87×2+3.14×72÷2×2
=174+226.08
=400.08（米）

运动场的面积，也可联想实际情况而正确地算出：

$$87\times72+3.14\times\left(\frac{72}{2}\right)^2\div2\times2$$
$$=6264+4069.44$$
$$=10333.44$$（平方米）

答略。

（九）因果联想

*例 如图 28-6，△ABC 是等腰直角三角形，斜边 BC=6㎝，求阴影部分的面积（适于六年级程度）

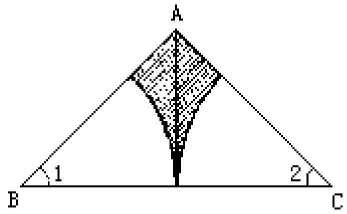


图 28-6

解：我们从条件与问题所涉及的角和边展开联想：

（1）因为△ABC 是等腰直角三角形，所以联想到，

$$\angle 1=\angle 2=45°$$

（2）因为 AD 是斜边上的高，所以联想到，

$$AD = BD = CD = \frac{1}{2}BC = 3\text{（厘米）}$$

（3）因为$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ah$，所以联想到，

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\cdot BC\cdot AD$$

$$= \frac{1}{2}\times 6\times 3$$
$$= 9\text{（平方厘米）}$$

（4）因为$S_{扇} = \frac{\pi r^2}{360}\times n$，所以联想到两个半径为3cm，圆心角为45°的扇形面积是，

$$\frac{3.14\times 3^2}{360}\times 45\times 2 = 7.065\text{（}cm^2\text{）}$$

（5）因为阴影部分的面积，等于等腰直角三角形面积减去两个扇形面积，所以得出：

9-7.065=1.935（平方厘米）

答略。

二十九、直接法

解应用题时，不用经过严密的逻辑推理，而是凭借已有的知识经验，迅速地解题，就是在运用直接法。

以直接法解题的思维过程是快速缩小问题所涉及的范围，接触事物的本质，打开解题的突破口。有些用一般方法解答要用四五步，甚至更多步计算才能求出结果的应用题，用直接法解答时，只用一两步计算就可以求出结果。

学习以直接法解题，可促进思维的灵活性、敏捷性和创造性。

（一）凭借数目的特点

当$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{10}$等分数及其相应的小数、百分数等数与其他数进行计算时，一般通过心算就能得出结果。

解应用题时，凭借这些数的这种特点，发现题目的本质，就可用简捷的方法解出复杂的问题。

例1 食堂买来320千克大米，6天吃去这些大米的$\frac{1}{4}$。照这样计算，剩下的大米还可以吃多少天？（适于六年级程度）

一般解法：

$$320\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\div\left(320\times\frac{1}{4}\div6\right)$$
$$=320\times\frac{3}{4}\div\frac{80}{6}$$
$$=240\div\frac{80}{6}$$
$$=18（天）$$

直接法：6天吃去这些大米的$\frac{1}{4}$，剩下的$\frac{3}{4}$自然可以吃3个6天。

$$6\times3=18（天）$$

答略。

例2 一瓶油，第一次吃去$\frac{1}{5}$，第二次吃去剩下的$\frac{3}{4}$，这时瓶内还有油0.2千克。这个瓶里原来有油多少千克？（适于六年级程度）

一般解法：

$$0.2\div\left[1-\frac{1}{5}-\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{4}\right]$$
$$=0.2\div\left[\frac{4}{5}-\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\right]$$
$$=0.2\div\left[\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right]$$
$$=0.2\div\frac{1}{5}$$
$$=1（千克）$$

直接法：第一次吃去$\frac{1}{5}$后还剩下$\frac{4}{5}$，即4个$\frac{1}{5}$；第二次吃去余下的$\frac{3}{4}$，就是吃了4个$\frac{1}{5}$中的3个，实质上是吃了3个$\frac{1}{5}$，这时瓶内剩下的油是一瓶油的$\frac{1}{5}$，这$\frac{1}{5}$正好是0.2千克。

所以瓶里原来有油：

$$0.2 \div \frac{1}{5} = 1 \text{（千克）}$$

答略。

例 3 某校买来一批图书，放在两个书橱中。放在第一个书橱中的书占这批书的 60%。如果从第一个书橱中取出 16 本放入第二个书橱，则两个书橱中的书一样多。问学校买来的这批图书是多少本？（适于六年级程度）

一般解法：

16×2÷[60%-（1-60%）]

=32÷[60%-40%]

=32÷20%

=160（本）

直接法：16 本的对应分率是 60%-50%=10%。学校买来的这批图书是：

16÷10%=160（本）

答略。

（二）凭借量、率对应的关系

有些应用题，可凭借直接看出题中哪个数量与哪个分率（“分率”就是不带单位名称的分数，是表示它所对应的数量占单位 1 的几分之几。）是相对应的一对数，而用简捷的方法解答出来。

例 1 一项工程，由甲队单独做 12 天可以完成。甲队做 3 天后另有任务调走，余下的工程由乙队做 15 天才完成。乙队单独完成这项工程要用多少天？（适于六年级程度）

一般解法：

$$1 \div [\left(1 - \frac{1}{12} \times 3\right) \div 15]$$

$$= 1 \div [\left(1 - \frac{1}{4}\right) \div 15]$$

$$= 1 \div [\frac{3}{4} \div 15]$$

$$= 1 \div \frac{1}{20}$$

=20（天）

直接法：甲做3天后，余下的工程是$1-\frac{3}{12}=\frac{3}{4}$，15天的对应分率是$\frac{3}{4}$。乙单独完成这项工程的时间是：

$$15\div\frac{3}{4}=20\text{（天）}$$

答略。

例 2 织布厂第一、二车间共同织了一批布。第一车间织的布比这批布的 60%少 400 米，第二车间织了这批布的 44%。求这批布的长度。（适于六年级程度）

一般解法：

400÷[60%-（1-44%）]

=400÷4%

=10000（米）

直接法：从“第一车间织的布比这批布的 60%少 400 米，第二车间织了这批布的 44%”可以看出，这批布的 4%是 400 米。所以，这批布的长是：

400÷4%=10000（米）

答略。

例 3 某工厂一月份生产了一批零件。上旬生产了全部零件的 30%，中旬生产的零件是上旬的$\frac{2}{3}$，下旬全部完成。已知下旬比中旬多生产2400个。这个工厂一月份生产多少个零件？（适于六年级程度）

一般解法：

$$2400\div\left(1-\frac{3}{10}-\frac{3}{10}\times\frac{2}{3}\times2\right)$$

$$=2400\div\left(\frac{7}{10}-\frac{4}{10}\right)$$

$$=2400\div\frac{3}{10}$$

=8000（个）

直接法：从“上旬生产了全部零件的30%，中旬生产的零件是上旬的$\frac{2}{3}$”可以看出，中旬生产了$30\%\times\frac{2}{3}=20\%$，上旬和中旬共生产了全部零件的%，下旬生产了 50%。还可以看出下旬比中旬多生产 30%，这 30%正好是 2400 个。所以，一月份生产的零件个数是：

2400÷30%=8000（个）

答略。

（三）凭借份数的多少

有些应用题，可以凭借直接看出题中某个数量的一份或几份是多少，而

用简捷的方法解答出来。

*例 1 某服装厂做同样大小的衣服，上午做了 60 件，下午做了 90 件，上午比下午少用布 75 米。一天用布多少米？（适于四年级程度）

一般解法：

75÷（90-60）×（90+60）

=75÷30×150

=375（米）

直接法：从上午比下午少做 30 件，“上午比下午少用布 75 米”可以看出，每做 30 件衣服要用布 75 米。因为上午做 2 个 30 件，下午做 3 个 30 件，所以一天用布米数是：

75×（2+3）=375（米）

答略。

例2 某车队运化肥，已经运走的1440吨占总运输量的$\frac{2}{3}$，还剩下多少吨没有运走？（适于六年级程度）

一般解法：

$$1440\div\frac{2}{3}-1400$$
$$=2160-1440$$

=720（吨）

直接法：把总运输量平均分成 3 份，已运走 2 份，还剩下 1 份，剩下的吨数是：

1440÷2=720（吨）

答略。

例3 修路队修一条路，第一个月修了全长的$\frac{3}{8}$，第二个月又修了余下部分的$\frac{2}{5}$，这时还剩60千米没有修完。这条公路全长多少千米？（适于六年级程度）

一般解法：

先求出第一个月余下部分是多少千米？以余下部分为1，60千米的对应分率为（$1-\frac{2}{5}$），则余下的部分是$60\div(1-\frac{2}{5})=100$（千米）。这100千米正好占全长的（$1-\frac{3}{8}$），所以这条公路的全长是$100\div(1-\frac{3}{8})=160$（千米）。

综合算式：

$$60\div\left(1-\frac{2}{5}\right)\div\left(1-\frac{3}{8}\right)$$
$$=100\div\frac{5}{8}$$
$$=160\text{（千米）}$$

直接法：因为第二个月修了余下部分的$\frac{2}{5}$，所以余下部分被分为5份，每1份是余下部分的$\frac{1}{5}$，也是这条路的$\frac{1}{8}$。修了余下部分的$\frac{2}{5}$后，剩下的是$1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$。这$\frac{3}{5}$是余下部分的$\frac{3}{5}$，也是这条公路的$\frac{3}{8}$。

$\frac{3}{8}$的对应数量是60千米。

所以公路的全长是：

$$60\div\frac{3}{8}=160\text{（千米）}$$

答略。

（四）凭借倍数的多少

有些应用题，可凭借直接看出这一数量是另一数量的几倍或某个数量倍数的变化，而用简捷的方法解答。

例 1 同时开动 3 台功率相同的碾米机，4.5 小时碾米 4860 千克。如果同时开动同样台数、同样规格的碾米机，9 小时可以碾米多少千克？（适于四年级程度）

一般解法：

4860÷4.5÷3×9×3
=1080÷3×9×3
=360×9×3
=9720（千克）

直接法：因为碾米机是同时开动，并且效率相同、台数相同，9 小时是 4.5 小时的 2 倍，所以 9 小时碾米的数量是 4860 千克的 2 倍。

4860×（9÷4.5）=9720（千克）

答略。

例 2 某车间原计划每天生产 225 个零件，24 天完成任务。实际上只用了原计划时间的一半就完成了任务。实际比原计划每天多生产多少个零件？（适于四年级程度）

一般解法：

225×24÷（24÷2）-225
=5400÷12-225
=450-225
=225（个）

直接法：零件总数未变，实际生产的天数缩小 2 倍，每天生产的零件个数是原计划每天生产个数的 2 倍，所以，实际每天比原计划多生产 1 倍，即 225 个。

答略。

例 3 一项工程，原计划 30 天完成，做了 3 天后，效率提高到原计划的 2 倍。问还需要多少天才能完成这项工程？（适于六年级程度）

一般解法：设工作总量为 1。

$$\left(1-\frac{1}{30}\times3\right)\div\left(\frac{1}{30}\times2\right)$$
$$=\frac{9}{10}\div\frac{1}{15}$$
$$=13.5\text{（天）}$$

直接法：因为做了 3 天后，剩下的工作量用原来的工作效率去做，还需 30-3=27（天），现在工作效率提高到原来的 2 倍，时间就比原来少一半，所以，还需要的天数是：

（30-3）÷2=13.5（天）

答略。

（五）凭借包含多少个的道理

有些应用题，可凭借直接看出这一数量中包含多少个另一个数量，而用简捷的方法解答。

例 1 用长 42 米、宽 1.2 米的白布做直角三角巾，三角巾两条直角边的长都是 1.2 米。这块布可以做多少块三角巾？（适于五年级程度）

一般解法：

42×1.2÷（1.2×1.2÷2）=70（块）

直接法：因为布宽 1.2 米，要做的三角巾的两条直角边都长 1.2 米，所以可把布都叠成边长是 1.2 米的正方形，42÷1.2 得到正方形的个数。因为边长是 1.2 米的一个正方形中,包含两个两条直角边长都是 1.2 米的三角形，所以把正方形的个数乘以 2 得到可以做多少块三角巾。

42÷1.2×2=70（块）

例 2 一本故事书，小明原计划每天读 25 页，30 天读完。实际每天读的页数是原计划的 1.2 倍。照这样计算，这本书可以用多少天读完？（适于五年级程度）

一般解法：

25×30÷（25×1.2）=25（天）

直接法：把原计划每天读的页数看作 1，30 天读的页数就是 30；实际每天读的页数是原计划的 1.2 倍，则实际每天读的页数就是 1.2。30 中包含多少个 1.2，就是实际用多少天读完。

30÷1.2=25（天）

答略。

例 3 某工程队计划修一条长 1600 米的公路，前 5 天修了全长的 20%。照这样计算，修完这条公路还需要多少天？（适于六年级程度）

一般解法：

1600×（1-20%）÷（1600×20%÷5）

=1600×80%÷64

=1280÷64

=20（天）

直接法：前 5 天修了全长的 20%，剩下全长的 80%，80%中包含 4 个 20%，自然还需要 4 个 5 天。

5×4=20（天）

答略。

（六）凭借平均分的原理

解应用题时灵活运用平均分的原理，通过题中某一部分数量，或者通过把已经平均分出去的数量收回来的方法来解题，常常会使问题得到简捷的解决。

例 1 王师傅要加工一批零件。如果每小时加工 21 个，8 小时可以完成，由于改进加工技术，提前 1 小时完成任务。实际比原计划每小时多加工多少个零件？（适于四年级程度）

一般解法：

21×8÷（8-1）-21

=24-21

=3（个）

直接法：提前 1 小时完成，就是要用 8-1=7（小时）完成加工任务。把按计划 1 小时应加工的 21 个零件平均分配在 7 小时内,就得到实际比原计划每小时多加工多少个零件。

21÷7=3（个）

答略。

例 2 用一辆汽车运粮食。原计划每次运 50 袋，6 次运完，而实际 5 次就运完了。问实际每次比原计划每次多运多少袋？（适于四年级程度）

一般解法：

50×6÷5-50

=60-50

=10（袋）

直接法：因为 5 次完成 6 次的任务，比原计划少运 1 次，这 1 次运 50 袋的任务自然要平均分到 5 次完成。所以实际每次比原计划每次多运的袋数是：

50÷5=10（袋）

答略。

例 3 一辆汽车从甲地开往乙地，每小时行 65 千米，要行 4 小时才能到达乙地。这辆汽车从乙地返回甲地比去时多用了 1 小时。这辆汽车从乙地返回甲地比从甲地去乙地每小时少行多少千米？（适于五年级程度）

一般解法：

$$
\begin{aligned}
&65-65\times4\div(4+1)\\
&=65-260\div5\\
&=65-52\\
&=13\text{（千米）}
\end{aligned}
$$

直接法：假设汽车用 4 小时从甲地开到乙地后，再往前开 1 小时，则汽车在 5 小时中要比从乙地回到甲地多行 65 千米，也就是说，在 5 小时中，汽车从甲地去乙地比从乙地返回甲地多行 65 千米。这辆汽车从乙地返回甲地比从甲地去乙地每小时少行的距离是：

$$65\div5=13\text{（千米）}$$

答略。

（七）凭借图形

当我们读过一道应用题后，有时头脑中立刻闪现出表示题中数量关系的图形，凭借这个图形我们会想到解答此题的方法，而不必仔细分析推理；有时刚刚画出表示题中数量关系的图形时，我们就领悟到解题方法。在这些情况下，得的解题方法往往比较简捷。

例 1 在校运动会上，某班除 4 人没参加任何项目外，有 26 人参加了田赛，有 30 人参加了径赛，有 12 人既参加了田赛，又参加了径赛。这个班有学生多少人？（适于高年级程度）

一般解法：

$$(26-12)+(30-12)+12+4=48\text{（人）}$$

直接法：从图 29-1 可看出，12 包含在 26 内，也包含在 30 内。从 26 与 30 的和中减去 12，再加上 4，就得到全班学生人数：(26+30-12)+4=48（人）

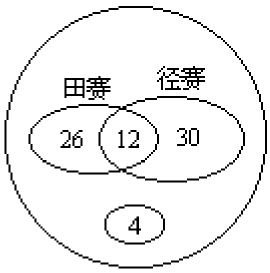


图 29-1

答略。

例 2 一个圆柱体的侧面积是 188.4 平方厘米，底面半径是 3 厘米，求这个圆柱体的体积。（适于六年级程度）

一般解法：

$$188.4 \div (2 \times 3.14 \times 3) \times 3.14 \times 3 \times 3$$
$$= 188.4 \times \frac{3.14 \times 3 \times 3}{2 \times 3.14 \times 3}$$
$$= 94.2 \times 3$$
$$= 282.6\text{（立方厘米）}$$

直接法 按照图 29-2 把圆柱体的底面分成若干个相等的扇形来切割圆柱体，然后把切开的圆柱体拼成近似长方体的形状。这个长方体的底面积是圆柱体侧面积的一半，高等于圆柱体底面的半径。所以这个圆柱体的体积是：

188.4÷2×3=282.6（立方厘米）

答略。

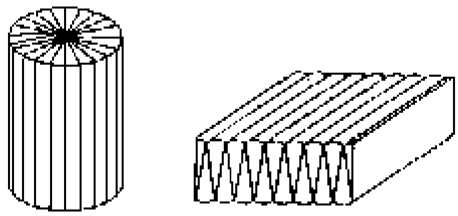


图 29-2

例3 某建筑工地，需要运来一批水泥。第一次运来全部的$\frac{2}{5}$，第二次运来余下的$\frac{1}{3}$，第三次运来又余下的$\frac{3}{4}$，这时剩下15吨没运来。这批水泥一共是多少吨？（适于六年级程度）

一般解法：

$$15 \div \left(1-\frac{3}{4}\right) \div \left(1-\frac{1}{3}\right) \div \left(1-\frac{2}{5}\right)$$
$$= 15 \div \frac{1}{4} \div \frac{2}{3} \div \frac{3}{5}$$
$$= 150\text{（吨）}$$

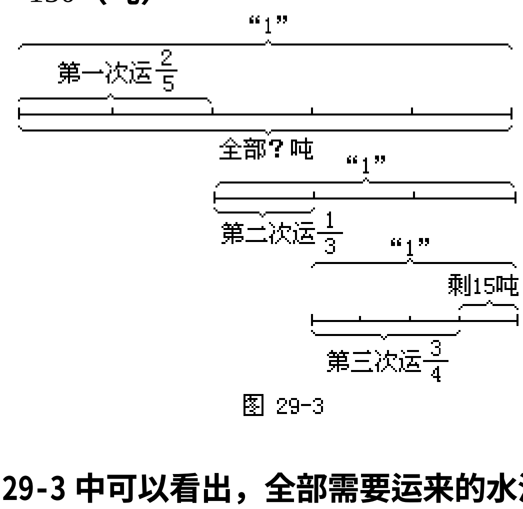


图 29-3

直接法：从图 29-3 中可以看出，全部需要运来的水泥被分为 5 份，剩下的15吨是$\frac{1}{5}$的一半儿，也就是全部需运水泥的$\frac{1}{10}$。

所以，这批水泥一共是：

15×10=150（吨）

答略。

（八）凭借从整体上考虑

有些应用题，如果把问题分成许多细节，一步一步地分析、推理，有时要走弯路，陷入困境。如果不把问题分成许多部分去研究，而是从整体上、从全局考虑，往往会迅速发现问题的实质，很快解决问题。

*例 1 由 1024 名运动员参加的乒乓球个人冠军赛，采用输一场即被淘汰的单淘汰制。共需安排多少场比赛？（适于高年级程度）

一般解法：每两人比赛一场，第一轮有 $\frac{1024}{2}$ 场，第二轮有 $\frac{1024}{4}$ 场，……最后一场是冠军赛，共应进行：

512+256+128+64+32+16+8+4+2+1

=1023（场）

直接法：从整体上考虑，每场淘汰 1 名运动员，要决出冠军，就要淘汰 1023 名运动员，所以共需进行 1023 场比赛。

答略。

*例 2 走一段路，甲用 40 分钟，乙用 30 分钟。如果甲出发 5 分钟后乙再出发，乙经过多长时间才能追上甲？（适于高年级程度）

一般解法：

$$\frac{1}{40}\times5\div\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{40}\right)=15\text{（分钟）}$$

直接法：走这段路，甲、乙分别用 40 分钟和 30 分钟，则甲、乙走到这段路中点用的时间分别是 20 分钟、15 分钟。因为甲提前 5 分钟出发，所以当甲用 20 分钟走到这段路的中点时，乙用 15 分钟也走到这段路的中点，也就是说乙追上了甲。乙追上甲用的时间是乙走这段路所用时间的一半。

30÷2=15（分钟）

答略。

*例 3 在同一条公路上，有两辆汽车向同一个方向行驶。开始时，甲车在乙车前面 4 千米，甲车每小时行 45 千米，乙车每小时行 60 千米。乙车在追上甲车前 1 分钟，两车相距多远？（适于六年级程度）

一般解法：

$$4-\left(\frac{60}{60}-\frac{45}{60}\right)\times[4\div\left(\frac{60}{60}-\frac{45}{60}\right)-1]=\frac{1}{4}\text{（千米）}$$

直接法：乙车追上甲车前一分钟两车相距的路程等于，乙车每 1 分钟追上甲车的路程：

$$(60-45)\div60=\frac{1}{4}\text{（千米）}$$

答略。

*例 4　东、西两地相距 100 千米。甲、乙二人从东、西两地同时出发，相向而行。甲每小时走 6 千米，乙每小时走 4 千米。甲带的一只狗与甲同时同向出发，狗以每小时 12 千米的速度向乙奔去，遇到乙立即回头向甲跑来，遇到甲再回头向乙奔去，直到甲、乙二人相遇时狗才停住。求在这段时间里狗一共跑了多少千米。（适于高年级程度）

解：此题因无法求出在全程中，狗与乙到底相遇多少次，以及每次相遇时狗跑了多少千米或用了多长时间，所以很难用逻辑分析的方法解答出来。

如果从整体上考虑问题，抓住问题的实质，即不管狗与乙相遇几次，总之在全程过程中，狗跑的时间等于甲、乙二人相遇时所用的时间，所以可用下面的方法计算出狗一共跑了多少千米：

$$12\times[100\div(6+4)]=120\text{（千米）}$$

答略。

三十、四方阵法

四方阵是著名教育家赵宋光《新体制数学》中解应用题的一种方法。

通过画四方阵可以找准整数乘除题中数量间的对应关系，也可以找准分数（百分数）题中的标准量、比较量和分率，从而明确题中数量间的关系，很快解答出应用题。

画四方阵图要遵守“同名竖对、同事横对”的规则；四方阵图中，“四个方位的数交叉相乘，两个积必定相等”是四方阵的性质；在计算时，x 斜对方位的数必当除数。

例1 光明玻璃厂十月份生产玻璃20000箱，比九月份多生产了$\frac{1}{3}$，九月份生产玻璃多少箱？（适于六年级程度）

解：设九月份生产玻璃 x 箱。

（1）画一个大“十”字。在“十”字横线左端点外的上、下方位分别写上九月、十月（图 30-1）。

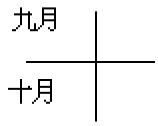


图 30-1

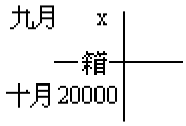


图 30-2

（2）在大“十”字中心点的左上方、左下方，横对九月、十月分别写上 x、20000，并在它们中间的横线上写出 x 与 20000 的单位名称“箱”(图 30-2)。

（3）题中说，十月份比九月份多生产了$\frac{1}{3}$，九月份生产的x箱就是标准量1，把1与九月、x横对写在大“十”字中心点的右上方（图30－3）。

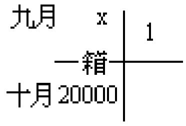


图 30-3

（4）题中说，十月份比九月份多生产了$\frac{1}{3}$，十月份的产量是比较量，与20000对应的分率是（$1+\frac{1}{3}$），把($1+\frac{1}{3}$）与十月、20000横对，与1竖对，竖着写在大“十”字中心点的右下方（图30－4）。

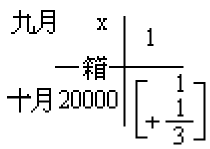


图 30－4

从摘录、整理完条件与问题的四方阵图 30-4 中，可清楚地看到 x 的对应分数是1。20000的对应分数是（$1+\frac{1}{3}$），九月份生产的玻璃比十月份少，十月份生产的玻璃是九月份的（$1+\frac{1}{3}$）倍。

阵中，九月、x、1这三者是同一回事，横对；十月、20000、（$1+\frac{1}{3}$）这三者也是同一回事，也横对。x与20000的单位名称相同，x与20000竖对；分数1，（$1+\frac{1}{3}$）都没有单位名称，1与（$1+\frac{1}{3}$）竖对。

根据题中的数量关系，也根据四方阵“交叉相乘，积相等”的性质，可以列出方程解答此题。

$$\left(1+\frac{1}{3}\right)x = 20000$$

$$x = 2000 \div \left(1+\frac{1}{3}\right)$$

$$x = 15000$$

答：九月份生产玻璃 15000 箱。

例2 王庄去年有水田480亩，今年的水田比去年增加$\frac{1}{4}$。今年有水田多少亩？（适于六年级程度）

解：设今年有水田 x 亩。

按题意画出图 30-5 的四方阵图。

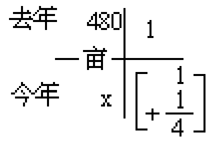


图 30－5

480亩与x亩的单位名称相同，480与x竖对，在它们中间的横线上写出它们的单位名称——亩；1与（$1+\frac{1}{4}$）都没有单位名称，竖对。

480亩是去年的亩数，是标准量1，480与1横对；x亩是今年的亩数，$(1+\frac{1}{4})$是x亩的对应分率，x与（$1+\frac{1}{4}$）横对。

根据题中的数量关系，再根据四方阵“交叉相乘，积相等”的性质，可得：

$$x = 480 \times \left(1+\frac{1}{4}\right)$$

$$x = 480 \times \frac{5}{4}$$

$$x = 600$$

答略。

例3 志远中学买来35000块砖，用去$\frac{3}{5}$，还剩多少块砖？（适于六年级程度）

解：设还剩 x 块砖。

根据题意，画出图 30-6 的四方阵图。

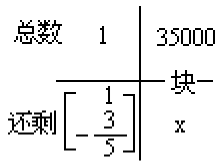


图 30－6

图 30-6 中 35000 块与 x 块的单位名称相同，所以 35000 与 x 竖对，在它们中间的横线上写出它们的单位名称——块；1与$(1-\frac{3}{5})$竖对。把$(1-\frac{3}{5})$竖着写，用[ ]括起来。

1与35000横对；$(1-\frac{3}{5})$是x的对应分率，$(1-\frac{3}{5})$与x横对。

$$x = 35000 \times (1-\frac{3}{5}) = 14000$$

答：还剩 14000 块砖。

例 4 前进造纸厂四月份用煤 540 吨，比三月份节约 20%。三月份用煤多少吨？（适于六年级程度）

解：设三月份用煤 x 吨。

根据题意，画出图 30-7 的四方阵图。

根据四方阵的性质“四个方位的数交叉相乘，两个积必定相等”可得：

（1-200%）x=540

x=540÷（1-20%）

x=540÷0.8

x=675

答略。

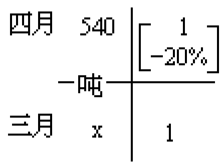


图 30－7

例 5 用“1059”农药和水配合成药水，可防治棉花害虫。农药和水的重量比是 1∶2000。要配制 2500 千克药水，需要“1059”多少千克？（精确到 0.01 千克）（适于六年级程度）

解：设需要农药 x 千克。

根据题意画出图 30-8 的四方阵图。

阵中 1 与 2000 竖对，1 与 x 横对；要配制 2500 千克药水，农药占 x 千克，水的重量是（2500-x）千克。x 与（2500-x）竖对。

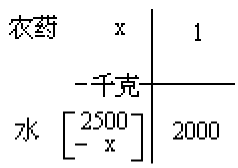


图 30－8

根据四方阵“四个方位的数交叉相乘，两个积必定相等”的性质得：

$$2000x=2500-x$$
$$2001x=2500$$
$$x=2500\div2001$$
$$x\approx1.24$$

答略。

例6 某农场在自己全部土地的$\frac{2}{5}$上种了高粱，$\frac{2}{7}$上种了大豆，$\frac{1}{4}$上种了玉米；又在25公顷地里种了棉花，在2公顷地里种了绿豆。这个农场共有多少公顷土地？（适于六年级程度）

解：设这个农场共有 x 公顷土地。

根据题意画出图 30-9 的四方阵图。

图30-9中（25+2）的对应分率是$\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)$

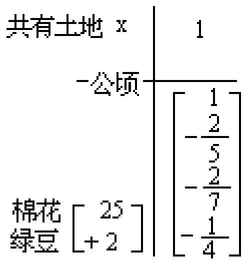


图30-9

根据四方阵“交叉相乘，两积相等”的性质，可得：

$$\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)x=25+2$$
$$x=(25+2)\div\left(1-\frac{2}{5}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\right)$$
$$x=27\div\frac{9}{140}$$
$$x=420$$

答略。

例7 一座建筑物的地基长150米，宽30米，把它画在比例尺是$\frac{1}{2000}$的设计图上，图上的长和宽各应是多少厘米？（适于六年级程度）

解：设图上的长是 x 厘米，宽是 y 厘米。

150 米=15000 厘米

30 米=3000 厘米

根据题意画出四方阵图 30-10 和 30-11。

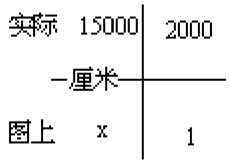


图30-10

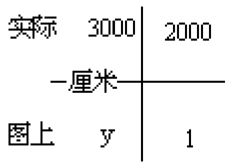


图30-11

根据四方阵的性质可得：

$$2000x=15000$$
$$x=15000\div2000$$
$$x=7.5$$

根据四方阵的性质可得：

$$2000y=3000$$
$$y=3000\div2000$$
$$y=1.5$$

答：图上的长是 7.5 厘米，宽是 1.5 厘米。

例 8 五年级学生去年种了 4800 棵蓖麻，平均每一棵收蓖麻子 0.15 千克。蓖麻子的出油率是 45%，这些蓖麻能出油多少千克？（适于六年级程度）

解：设共收蓖麻子 x 千克，出油 y 千克。

根据题意画出四方阵图 30-12 和图 30-13。

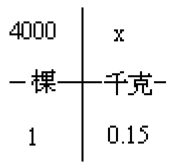


图 30−12

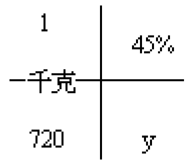


图 30−13

根据四方阵的性质可得：

$$x=4800\times0.15$$
$$x=720$$

根据四方阵的性质可得：

$$y=720\times45\%$$
$$y=324$$

答：能出油 324 千克。

例 9 某学校改制了一台饮水锅炉后，每天烧煤 25 千克，是原来每天用煤量的 25%。现在每月（按 30 天计算）比原来节煤多少千克？（适于六年级程度）

解：设现在每天节约煤 x 千克，一个月节煤 y 千克。

根据题意画出四方阵图 30-14 和图 30-15。

根据四方阵的性质可得：

$$25\%x=25\times(1-25\%)$$
$$x=25\times(1-25\%)\div25\%$$

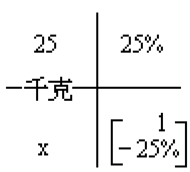


图 30−14

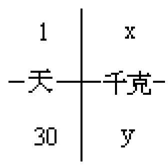


图 30−15

根据四方阵的性质可得：

$$
\begin{aligned}
y &= 30x \\
&= 30 \times \frac{25 \times (1-25\%)}{25\%} \\
&= 30 \times \frac{25 \times 0.75}{0.25} \\
&= 30 \times 75 \\
&= 2250
\end{aligned}
$$

答：现在每月比原来节煤 2250 千克。

例 10 同学们搞野营活动。一个同学到负责后勤的老师那里去领碗。老师问他领多少，他说领 55 个。又问“多少人吃饭？”他说：“一人一个饭碗，两个人一个菜碗，三个人一个汤碗。”这个同学给多少人领碗？（适于六年级程度）

解：这道题，教师不容易讲清，学生也不容易理解。

按四方阵的格式摘录整理条件和问题，就容易列式解答了。

设给 x 个人领碗。

画出四方阵图 30-16。

因为 x 个人领 55 个碗，所以 x 与 55 横对；因为 1 个人得到 1 个饭碗，$\frac{1}{2}$个菜碗，$\frac{1}{3}$个汤碗，所以一个人得到（$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$）个碗，1与x坚对，与（$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$）横对；（$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$）与55坚对。

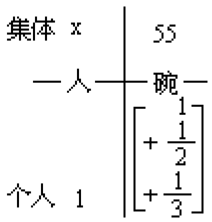


图 30-16

根据阵中呈现的数量关系，也根据“交叉相乘，积相等”的性质，可以列出方程解答此题。

$$
\begin{aligned}
\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) x &= 55 \\
x &= 55 \div \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) \\
x &= 30
\end{aligned}
$$

答略。

例 11 一辆快车和一辆慢车同时从甲、乙两站相对开出，经过 12 小时相遇，相遇后快车又行了 8 小时到达乙站。求慢车还要行几小时才能到达甲站？（适于六年级程度）

解：先用一般方法解。这道题很抽象，不少学生不能理解。

快车从甲站到乙站共行了$12+8=20$（小时），由此可知快车每小时行了全程的$\frac{1}{20}$。两车相遇时，快车行了全程的：

$$\frac{1}{20}\times 12=\frac{3}{5}$$

慢车行了全程的：

$$1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$$

慢车12小时行了全程的$\frac{2}{5}$，慢车每小时行：

$$\frac{2}{5}\div 12=\frac{1}{30}$$

因为慢车从相遇到甲站的路程是全程的$\frac{3}{5}$，所以慢车还要行的时间是：

$$\frac{3}{5}\div\frac{1}{30}=18\text{（小时）}$$

用四方阵法解。用这种方法解题很简单。

设慢车还要行 x 小时才能到达甲站。

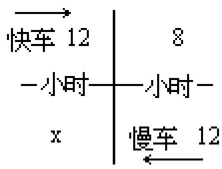


图 30－17

快车在相遇前行 12 小时，相遇后行 8 小时，慢车相遇前行 12 小时，相遇后行 x 小时。画出图 30-17 的四方阵后，就可根据四方阵的性质列出方程：

$$8x=12\times 12$$
$$x=12\times 12\div 8$$
$$x=18\text{（小时）}$$

答略。

要注意的是，按四方阵的格式摘录、整理反比例应用题的条件和问题时，要使阵中的“同事斜对”。

例 12 一辆汽车从甲地开往乙地，每小时行驶 32 千米，5 小时到达，如果要 4 小时到达，每小时行驶多少千米？（适于六年级程度）

解：设每小时行驶 x 千米。

按“同事横对，同名竖对”的摆阵规则，这道题应摆成图 30-18 的形式，这样根据“交叉相乘，积相等”的性质，得：

$$5x=32\times 4$$
$$x=\frac{32\times 4}{5}$$
$$=25.6\text{（千米）}$$

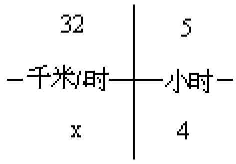


图 30－18

行驶的时间少了，速度增加才对，可这样速度却减少了，显然这样摆阵是错误的。

这道题是反比例应用题，正确的摆阵方式是图 30-19 的形式，即“同事斜对”。32 与 5 斜对，x 与 4 斜对。

根据题意，也根据四方阵“交叉相乘，积相等”的性质，以及 x 的斜对方必当除数的规律，可得：

$$4x=32\times5$$
$$x=32\times5\div4$$
$$x=40\text{（千米）}$$

答略。

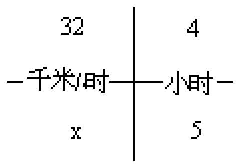


图 30-19

“交叉相乘积相等”是四方阵的重要性质，它帮助解题，帮助验算，还可以验证阵式摆得是否正确。例如，把上面各例题中算出的 x 的数值代入四方阵中，把四个方位的数交叉相乘，得到的两个积相等，说明摆阵、运算都正确；要是两个积不相等，或虽然相等但不合理，那就要认真查找出现问题的原因了。

三十一、分解质因数法

通过把一个合数分解为两个或两个以上质因数，来解答应用题的解题方法叫做分解质因数法。

分解质因数的方法在求最大公约数和最小公倍数时有用，在学习有理数的运算、因式分解、解方程等方面也有广泛的应用。分解质因数的方法还可为一些数学问题提供新颖的解法，有益于开辟解题思路，启迪创造性思维。

例 1 一块正方体木块，体积是 1331 立方厘米。这块正方体木块的棱长是多少厘米？（适于六年级程度）

解：把 1331 分解质因数：

$$1331=11\times11\times11$$

```
11 | 1  3  3  1
   ----------------
     11 | 1  2  1
        ------------
             1  1
```

答：这块正方体木块的棱长是 11 厘米。

例 2 一个数的平方等于 324，求这个数。（适于六年级程度）

解：把 324 分解质因数：

```
2 |   3  2  4
  ------------
   2 | 1  6  2
     ----------
      3 |  8  1
        --------
         3 |   9
           ------
               3
```

$$\begin{aligned}324&=2\times2\times3\times3\times3\times3\\&=(2\times3\times3)\times(2\times3\times3)\\&=18\times18\end{aligned}$$

答：这个数是 18。

例 3 相邻两个自然数的最小公倍数是 462，求这两个数。（适于六年级程度）

解：把 462 分解质因数：

```
2 |   4  6  2
  ------------
   3 | 2  3  1
     ----------
      7 |  7  7
        --------
           1  1
```

$$\begin{aligned}462&=2\times3\times7\times11\\&=(3\times7)\times(2\times11)\\&=21\times22\end{aligned}$$

答：这两个数是 21 和 22。

*例 4 ABC×D=1673，在这个乘法算式中，A、B、C、D 代表不同的数字，

ABC 是一个三位数。求 ABC 代表什么数？（适于六年级程度）

解：因为 ABC×D=1673，ABC 是一个三位数，所以可把 1673 分解质因数，然后把质因数组合成一个三位数与另一个数相乘的形式，这个三位数就是 ABC 所代表的数。

$$1673=239\times7$$

答：ABC 代表 239。

例 5 一块正方形田地，面积是 2304 平方米，这块田地的周长是多少米？（适于六年级程度）

解：先把 2304 分解质因数，并把分解后所得的质因数分成积相同的两组质因数，每组质因数的积就是正方形的边长。

$$\begin{aligned}2304&=2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times3\\&=(2\times2\times2\times2\times3)\times(2\times2\times2\times2\times3)\\&=48\times48\end{aligned}$$

正方形的边长是 48 米。

这块田地的周长是：

$$48\times4=192\text{（米）}$$

答略。

*例 6 有 3250 个桔子，平均分给一个幼儿园的小朋友，剩下 10 个。已知每一名小朋友分得的桔子数接近 40 个。求这个幼儿园有多少名小朋友？（适于六年级程度）

解：3250-10=3240（个）

把 3240 分解质因数：

$$3240=2^3\times3^4\times5$$

接近 40 的数有 36、37、38、39

这些数中 $36=2^2\times3^2$，所以只有 36 是 3240 的约数。

$$\begin{aligned}&2^3\times3^4\times5\div(2^2\times3^2)\\&=2\times3^2\times5\\&=90\end{aligned}$$

答：这个幼儿园有 90 名小朋友。

*例 7 105 的约数共有几个？（适于六年级程度）

解：求一个给定的自然数的约数的个数，可先将这个数分解质因数，然后按一个质数、两个质数、三个质数的乘积……逐一由小到大写出，再求出它的个数即可。

因为，105=3×5×7，

所以，含有一个质数的约数有 1、3、5、7 共 4 个；

含有两个质数的乘积的约数有 3×5、3×7、5×7 共 3 个；

含有三个质数的乘积的约数有 3×5×7 共 1 个。

所以，105 的约数共有 4+3+1=8 个。

答略。

*例 8 把 15、22、30、35、39、44、52、77、91 这九个数平均分成三组，

使每组三个数的乘积都相等。这三组数分别是多少？（适于六年级程度）

解：将这九个数分别分解质因数：

$$15=3\times5$$
$$22=2\times11$$
$$30=2\times3\times5$$
$$35=5\times7$$
$$39=3\times13$$
$$44=2\times2\times11$$
$$52=2\times2\times13$$
$$77=7\times11$$
$$91=7\times13$$

观察上面九个数的质因数，不难看出，九个数的质因数中共有六个 2，三个 3，三个 5，三个 7，三个 11，三个 13，这样每组中三个数应包括的质因数有两个 2，一个 3，一个 5，一个 7，一个 11 和一个 13。

由以上观察分析可得这三组数分别是：

15、52 和 77；

22、30 和 91；

35、39 和 44。

答略。

*例 9 有四个学生，他们的年龄恰好一个比一个大一岁，他们的年龄数相乘的积是 5040。四个学生的年龄分别是几岁？（适于六年级程度）

解：把 5040 分解质因数：

$$5040=2\times2\times2\times2\times3\times3\times5\times7$$

由于四个学生的年龄一个比一个大 1 岁，所以他们的年龄数就是四个连续自然数。用八个质因数表示四个连续自然数是：

$$7，2\times2\times2，3\times3，2\times5$$

即四个学生的年龄分别是 7 岁、8 岁、9 岁、10 岁。

答略。

*例 10 在等式 35×（　　）×81×27=7×18×（　　）×162 的两个括号中，填上适当的最小的数。（适于六年级程度）

解：将已知等式的两边分解质因数，得：

$$5\times3^{7}\times7\times（\quad）=2^{2}\times3^{6}\times7\times（\quad）$$

把上面的等式化简，得：

$$15\times（\quad）=4\times（\quad）$$

所以，在左边的括号内填 4，在右边的括号内填 15。

$$15\times（4）=4\times（15）$$

答略。

*例 11 把 84 名学生分成人数相等的小组（每组最少 2 人），一共有几种分法？（适于六年级程度）

解：把 84 分解质因数：

$$84=2\times2\times3\times7$$

除了 1 和 84 外，84 的约数有：

2，3，7，2×2=4，2×3=6，2×7=14，3×7=21，2×2×3=12，2×2×7=28，2×3×7=42。下面可根据不同的约数进行分组。84÷2=42（组），84÷3=28（组），84÷4=21（组），84÷6=14（组），84÷7=12（组），84÷12=7（组），84÷14=6（组），84÷21=4（组），84÷28=3（组），84÷42=2（组）。

因此每组 2 人分 42 组；每组 3 人分 28 组；每组 4 人分 21 组；每组 6 人分 14 组；每组 7 人分 12 组；每组 12 人分 7 组；每组 14 人分 6 组；每组 21 人分 4 组；每组 28 人分 3 组；每组 42 人分 2 组。一共有 10 种分法。

答略。

*例 12 把 14、30、33、75、143、169、4445、4953 这八个数分成两组，每组四个数，要使各组数中四个数的乘积相等。求这两组数。（适于六年级程度）

解：要使两组数的乘积相等，这两组乘积中的每个因数不必相同，但这些因数经分解质因数，它们所含有的质因数一定相同。因此，首先应把八个数分解质因数。

14=2×7　　143=11×13

30=2×3×5　　169=13×13

33=3×11　　4445=5×7×127

75=3×5×5　　4953=3×13×127

在上面的质因式中，质因数 2、7、11、127 各有 2 个，质因数 3、5、13 各有 4 个。

在把题中的八个数分为两组时，应使每一组中的质因数 2、7、11、127 各有 1 个，质因数 3、5、13 各有 2 个。

按这个要求每一组四个数的积应是：

2×7×11×127×3×3×5×5×13×13

因为，（2×7）×（3×5×5）×（11×13）×（3×13×127）=14×75×143×4953，根据接下来为“14、75、143、4953”正符合题意，因此，要求的一组数是 14、75、143、4953，另一组的四个数是：30、33、169、4445。

答略。

*例 13 一个长方形的面积是 315 平方厘米，长比宽多 6 厘米。求这个长方形的长和宽。（适于五年级程度）

解：设长方形的宽为 x 厘米，则长为（x+6）厘米。根据题意列方程，得：

x（x+6）= 315

x（x+6）=3×3×5×7

=（3×5）×（3×7）

x（x+6）=15×21

x（x+6）=15×（15+6）

x=15

x+6=21

答：这个长方形的长是 21 厘米，宽是 15 厘米。

*例 14 已知三个连续自然数的积为 210，求这三个自然数各是多少？（适

于五年级程度）

解：设这三个连续自然数分别是 x-1，x，x+1，根据题意列方程，得：

$$
\begin{aligned}
&(x-1)\times x\times(x+1)\\
&=210\\
&=21\times10\\
&=3\times7\times2\times5\\
&=5\times6\times7
\end{aligned}
$$

比较方程两边的因数，得：x=6，x-1=5，x+1=7。

答：这三个连续自然数分别是 5、6、7。

*例 15 将 37 分为甲、乙、丙三个数，使甲、乙、丙三个数的乘积为 1440，并且甲、乙两数的积比丙数的 3 倍多 12，求甲、乙、丙各是几？（适于六年级程度）

解：把 1440 分解质因数：

$$
\begin{aligned}
1440&=12\times12\times10\\
&=2\times2\times3\times2\times2\times3\times2\times5\\
&=(2\times2\times2)\times(3\times3)\times(2\times2\times5)\\
&=8\times9\times20
\end{aligned}
$$

如果甲、乙二数分别是 8、9，丙数是 20，则：

$$8\times9=72,$$

$$20\times3+12=72$$

正符合题中条件。

答：甲、乙、丙三个数分别是 8、9、20。

*例 16 一个星期天的早晨，母亲对孩子们说：“你们是否发现在你们中间，大哥的年龄等于两个弟弟年龄之和？”儿子们齐声回答说：“是的，我们的年龄和您年龄的乘积,等于您儿子人数的立方乘以 1000 加上您儿子人数的平方乘以 10。”从这次谈话中，你能否确定母亲在多大时，才生下第二个儿子？（适于六年级程度）

解：由题意可知，母亲有三个儿子。母亲的年龄与三个儿子年龄的乘积等于：

$$3^3\times1000+3^2\times10=27090$$

把 27090 分解质因数：

$$27090=43\times7\times5\times3^2\times2$$

根据“大哥的年龄等于两个弟弟年龄之和”，重新组合上面的质因式得：

$$43\times14\times9\times5$$

这个质因式中 14 就是 9 与 5 之和。

所以母亲 43 岁，大儿子 14 岁，二儿子 9 岁，小儿子 5 岁。

$$43-9=34\text{（岁）}$$

答：母亲在 34 岁时生下第二个儿子。

三十二、最大公约数法

通过计算出几个数的最大公约数来解题的方法，叫做最大公约数法。

例 1 甲班有 42 名学生，乙班有 48 名学生，现在要把这两个班的学生平均分成若干个小组，并且使每个小组都是同一个班的学生。每个小组最多有多少名学生？（适于六年级程度）

解：要使每个小组都是同一个班的学生，并且要使每个小组的人数尽可能多，就要求出 42 和 48 的最大公约数：

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 42 & 48 \\ \hline 3 & 21 & 24 \\ \hline & 7 & 8 \end{array}$$

$$2\times3=6$$

42 和 48 的最大公约数是 6。

答：每个小组最多能有 6 名学生。

例 2 有一张长 150 厘米、宽 60 厘米的长方形纸板，要把它分割成若干个面积最大，并已面积相等的正方形。能分割成多少个正方形？（适于六年级程度）

解：因为分割成的正方形的面积最大，并且面积相等，所以正方形的边长应是 150 和 60 的最大公约数。

求出 150 和 60 的最大公约数：

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 150 & 60 \\ \hline 3 & 75 & 30 \\ \hline 5 & 25 & 10 \\ \hline & 5 & 2 \end{array}$$

$$2\times3\times5=30$$

150 和 60 的最大公约数是 30，即正方形的边长是 30 厘米。

看上面的短除式中，150、60 除以 2 之后，再除以 3、5，最后的商是 5 和 2。这说明，当正方形的边长是 30 厘米时，长方形的长 150 厘米中含有 5 个 30 厘米，宽 60 厘米中含有 2 个 30 厘米。

所以，这个长方形能分割成正方形：

5×2=10（个）

答：能分割成 10 个正方形。

例 3 有一个长方体的方木，长是 3.25 米，宽是 1.75 米，厚是 0.75 米。如果将这块方木截成体积相等的小正方体木块，并使每个小正方体木块尽可能大。小木块的棱长是多少？可以截成多少块这样的小木块？（适于六年级程度）

解：3.25 米=325 厘米，1.75 米=175 厘米，0.75 米=75 厘米，此题实际是求 325、175 和 75 的最大公约数。

$$\begin{array}{r|lll} 5 & 75 & 175 & 325 \\ \hline 5 & 15 & 35 & 65 \\ \hline & 3 & 7 & 13 \end{array}$$

5×5=25

325、175 和 75 的最大公约数是 25，即小正方体木块的棱长是 25 厘米。

因为 75、175、325 除以 5 得商 15、35、65，15、35、65 再除以 5，最后的商是 3、7、13，而小正方体木块的棱长是 25 厘米，所以，在 75 厘米中包含 3 个 25 厘米，在 175 厘米中包含 7 个 25 厘米，在 325 厘米中包含 13 个 25 厘米。

可以截成棱长是 25 厘米的小木块：

3×7×13=273（块）

答：小正方体木块的棱长是 25 厘米，可以截成这样大的正方体 273 块。

例 4 有三根绳子，第一根长 45 米，第二根长 60 米，第三根长 75 米。现在要把三根长绳截成长度相等的小段。每段最长是多少米？一共可以截成多少段？（适于六年级程度）

解：此题实际是求三条绳子长度的最大公约数。

$$\begin{array}{r|lll} 3 & 45 & 60 & 75 \\ \hline 5 & 15 & 20 & 25 \\ \hline & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

3×5=15

45、60 和 75 的最大公约数是 15，即每一小段绳子最长 15 米。

因为短除式中最后的商是 3、4、5，所以在把绳子截成 15 米这么长时，45 米长的绳子可以截成 3 段，60 米长的绳子可以截成 4 段，75 米长的绳子可以截成 5 段。所以有：

3+4+5=12（段）

答：每段最长 15 米，一共可以截成 12 段。

例 5 某校有男生 234 人，女生 146 人，把男、女生分别分成人数相等的若干组后，男、女生各剩 3 人。要使组数最少，每组应是多少人？能分成多少组？（适于六年级程度）

解：因为男、女生各剩 3 人，所以进入各组的男、女生的人数分别是：

234-3=231（人）…………………男

146-3=143（人）…………………女

要使组数最少，每一组的人数应当是最多的，即每一组的人数应当是 231 人和 143 人的最大公约数。

$$\begin{array}{r|ll} 11 & 231 & 143 \\ \hline & 21 & 13 \end{array}$$

231、143 的最大公约数是 11，即每一组是 11 人。

因为 231、143 除以 11 时，商是 21 和 13，所以男生可以分为 21 组，女生可以分为 13 组。

21+13=34（组）

答：每一组应是 11 人，能分成 34 组。

例 6 把 330 个红玻璃球和 360 个绿玻璃球分别装在小盒子里，要使每一个盒里玻璃球的个数相同且装得最多。一共要装多少个小盒？（适于六年级程度）

解：求一共可以装多少个盒子，要知道红、绿各装多少盒。要将红、绿分别装在盒子中，且每个盒子里球的个数相同，装的最多，则每盒球的个数必定是 330 和 360 的最大公约数。

$$
\begin{array}{r|rr}
2 & 330 & 360 \\ \hline
3 & 165 & 180 \\ \hline
5 & 55 & 60 \\ \hline
 & 11 & 12
\end{array}
$$

2×3×5=30

330 和 360 的最大公约数是 30，即每盒装 30 个球。

330÷30=11（盒）……………红球装 11 盒

360÷30=12（盒）……………绿球装 12 盒

11+12=23（盒）……………共装 23 盒

答略。

例 7 一个数除 40 不足 2，除 68 也不足 2。这个数最大是多少？（适于六年级程度）

解：“一个数除 40 不足 2，除 68 也不足 2”的意思是：40 被这个数除，不能整除，要是在 40 之上加上 2，才能被这个数整除；68 被这个数除，也不能整除，要是在 68 之上加上 2，才能被这个数整除。

看来，能被这个数整除的数是：40+2=42，68+2=70。这个数是 42 和 70 的公约数，而且是最大的公约数。

$$
\begin{array}{r|rr}
2 & 42 & 70 \\ \hline
7 & 21 & 35 \\ \hline
 & 3 & 5
\end{array}
$$

2×7=14

答：这个数最大是 14。

例 8 李明昨天卖了三筐白菜，每筐白菜的重量都是整千克。第一筐卖了 1.04 元，第二筐卖了 1.95 元，第三筐卖了 2.34 元。每 1 千克白菜的价钱都是按当地市场规定的价格卖的。问三筐白菜各是多少千克，李明一共卖了多少千克白菜？（适于六年级程度）

解：三筐白菜的钱数分别是 104 分、195 分、234 分，每千克白菜的价钱一定是这三个数的公约数。

把 104、195、234 分别分解质因数：

104=23×13

195=3×5×13

234=2×32×13

104、195、234 最大的公有的质因数是 13，所以 104、195、234 的最大公约数是 13，即每千克白菜的价钱是 0.13 元。

1.04÷0.13=8（千克）………第一筐
1.95÷0.13=15（千克）………第二筐
2.34÷0.13=18（千克）………第三筐
8+15+18=41（千克）

答：第一、二、三筐白菜的重量分别是 8 千克、15 千克、18 千克，李明一共卖了 41 千克白菜。

例 9 一个两位数除 472，余数是 17。这个两位数是多少？（适于六年级程度）

解：因为这个“两位数除 472，余数是 17”，所以，472-17=455，455 一定能被这个两位数整除。

455 的约数有 1、5、7、13、35、65、91 和 455，这些约数中 35、65 和 91 大于 17，并且是两位数，所以这个两位数可以是 35 或 65，也可以是 91。

答略。

例 10 把图 32-1 的铁板用点焊的方式焊在一个大的铁制部件上，要使每个角必须有一个焊点，并且各边焊点间的距离相等。最少要焊多少个点？（单位：厘米）（适于六年级程度）

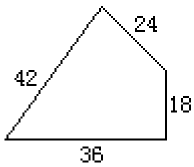


图 32-1

解：要求焊点最少，焊点间距就要最大；要求每个角有一个焊点，焊点间距离相等，焊点间距离就应是 42 厘米、24 厘米、18 厘米、36 厘米的最大公约数。

2	42	24	18	36
3	21	12	9	18
	7	4	3	6

2×3=6

它们的最大公约数是 6，即焊点间距离为 6 厘米。焊点数为：

7+4+3+6=20（个）

按这个算法每个角上的焊点是两个，因为要求每一个角上要有一个焊点，所以，要从 20 个焊点中减 4 个焊点。

20-4=16（个）

答略。

三十三、最小公倍数法

通过计算出几个数的最小公倍数，从而解答出问题的解题方法叫做最小公倍数法。

例 1 用长 36 厘米，宽 24 厘米的长方形瓷砖铺一个正方形地面，最少需要多少块瓷砖？（适于六年级程度）

解：因为求这个正方形地面所需要的长方形瓷砖最少，所以正方形的边长应是 36、24 的最小公倍数。

$$\begin{array}{r|rr}2 & 36 & 24 \\ \hline 2 & 18 & 12 \\ \hline 3 & 9 & 6 \\ \hline & 3 & 2\end{array}$$

2×2×3×3×2=72

36、24 的最小公倍数是 72，即正方形的边长是 72 厘米。

72÷36=2

72÷24=3

2×3=6（块）

答：最少需要 6 块瓷砖。

*例 2 王光用长 6 厘米、宽 4 厘米、高 3 厘米的长方体木块拼最小的正方体模型。这个正方体模型的体积是多大？用多少块上面那样的长方体木块？（适于六年级程度）

解：此题应先求正方体模型的棱长，这个棱长就是 6、4 和 3 的最小公倍数。

$$\begin{array}{r|rrr}2 & 6 & 4 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 2 & 3 \\ \hline & 1 & 2 & 1\end{array}$$

2×3×2=12

6、4 和 3 的最小公倍数是 12，即正方体模型的棱长是 12 厘米。

正方体模型的体积为：

12×12×12=1728（立方厘米）

长方体木块的块数是：

1728÷（6×4×3）

=1728÷72

=24（块）

答略。

例 3 有一个不足 50 人的班级，每 12 人分为一组余 1 人，每 16 人分为一组也余 1 人。这个班级有多少人？（适于六年级程度）

解：这个班的学生每 12 人分为一组余 1 人，每 16 人分为一组也余 1 人，这说明这个班的人数比 12 与 16 的公倍数（50 以内）多 1 人。所以先求 12 与 16 的最小公倍数。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 12 \quad 16 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{r|l} 2 & 6 \quad 8 \\ \hline & 3 \quad 4 \end{array}$$

$$2\times2\times3\times4=48$$

12 与 16 的最小公倍数是 48。

$$48+1=49\text{（人）}$$

49<50，正好符合题中全班不足 50 人的要求。

答：这个班有 49 人。

例 4 某公共汽车站有三条线路通往不同的地方。第一条线路每隔 8 分钟发一次车；第二条线路每隔 10 分钟发一次车；第三条线路每隔 12 分钟发一次车。三条线路的汽车在同一时间发车以后，至少再经过多少分钟又在同一时间发车？（适于六年级程度）

解：求三条线路的汽车在同一时间发车以后，至少再经过多少分钟又在同一时间发车，就是要求出三条线路汽车发车时间间隔的最小公倍数，即 8、10、12 的最小公倍数。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \quad 10 \quad 12 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{r|l} 2 & 4 \quad 5 \quad 6 \\ \hline & 2 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$2\times2\times2\times5\times3=120$$

答：至少经过 120 分钟又在同一时间发车。

例 5 有一筐鸡蛋，4 个 4 个地数余 2 个，5 个 5 个地数余 3 个，6 个 6 个地数余 4 个。这筐鸡蛋最少有多少个？（适于六年级程度）

解：从题中的已知条件可以看出.不论是 4 个 4 个地数，还是 5 个 5 个地数、6 个 6 个地数，筐中的鸡蛋数都是只差 2 个就正好是能被 4、5、6 整除的数。因为要求这筐鸡蛋最少是多少个，所以求出 4、5、6 的最小公倍数后再减去 2，就得到鸡蛋的个数。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 4 \quad 5 \quad 6 \\ \hline & 2 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$2\times2\times5\times3=60$$

4、5、6 的最小公倍数是 60。

$$60-2=58\text{（个）}$$

答：这筐鸡蛋最少有 58 个。

*例 6 文化路小学举行了一次智力竞赛。参加竞赛的人中，平均每 15 人有 3 个人得一等奖,每 8 人有 2 个人得二等奖,每 12 人有 4 个人得三等奖。参加这次竞赛的共有 94 人得奖。求有多少人参加了这次竞赛？得一、二、三等奖的各有多少人？（适于六年级程度）

解：15、8 和 12 的最小公倍数是 120，参加这次竞赛的人数是 120 人。

得一等奖的人数是：

$$3\times(120\div15)=24\text{（人）}$$

得二等奖的人数是：

2×（120÷8）=30（人）

得三等奖的人数是：

4×（120÷12）=40（人）

答略。

*例 7 有一个电子钟，每到整点响一次铃，每走 9 分钟亮一次灯。中午 12 点整时，电子钟既响铃又亮灯。求下一次既响铃又亮灯是几点钟？（适于六年级程度）

解：每到整点响一次铃，就是每到 60 分钟响一次铃。求间隔多长时间后，电子钟既响铃又亮灯，就是求 60 与 9 的最小公倍数。

60 与 9 的最小公倍数是 180。

180÷60=3（小时）

由于是中午 12 点时既响铃又亮灯，所以下一次既响铃又亮灯是下午 3 点钟。

答略。

*例 8 一个植树小组原计划在 96 米长的一段土地上每隔 4 米栽一棵树，并且已经挖好坑。后来改为每隔 6 米栽一棵树。求重新挖树坑时可以少挖几个？（适于六年级程度）

解：这一段地全长 96 米，从一端每隔 4 米挖一个坑，一共要挖树坑：

96÷4+1=25（个）

后来，改为每隔 6 米栽一棵树，原来挖的坑有的正好赶在 6 米一棵的坑位上，可不重新挖。由于 4 和 6 的最小公倍数是 12，所以从第一个坑开始，每隔 12 米的那个坑不必挖。

96÷12+1=9（个）

96 米中有 8 个 12 米，有 8 个坑是已挖好的，再加上已挖好的第一个坑，一共有 9 个坑不必重新挖。

答略。

例 9 一项工程，甲队单独做需要 18 天，乙队单独做需要 24 天。两队合作 8 天后，余下的工程由甲队单独做，甲队还要做几天？（适于六年级程度）

解：由 18、24 的最小公倍数是 72，可把全工程分为 72 等份。

72÷18=4（份）…………是甲一天做的份数

72÷24=3（份）…………是乙一天做的份数

（4+3）×8=56 份）………两队 8 天合作的份数

72-56=16（份）…………余下工程的份数

16÷4=4（天）……………甲还要做的天数

答略。

*例 10 甲、乙两个码头之间的水路长 234 千米，某船从甲码头到乙码头需要 9 小时，从乙码头返回甲码头需要 13 小时。求此船在静水中的速度？（适于高年级程度）

解：9、13 的最小公倍数是 117，可以把两码头之间的水路 234 千米分成 117 等份。

每一份是：

$$234 \div 117=2（千米）$$

静水中船的速度占总份数的：

$$（13+9）\div 2=11（份）$$

船在静水中每小时行：

$$2 \times 11=22（千米）$$

答略。

*例 11 王勇从山脚下登上山顶，再按原路返回。他上山的速度为每小时 3 千米，下山的速度为每小时 5 千米。他上、下山的平均速度是每小时多少千米？（适于六年级程度）

解：设山脚到山顶的距离为 3 与 5 的最小公倍数。

$$3 \times 5=15（千米）$$

上山用：

$$15 \div 3=5（小时）$$

下山用：

$$15 \div 5=3（小时）$$

总距离÷总时间=平均速度

$$（15 \times 2）\div（5+3）=3.75（千米）$$

答：他上、下山的平均速度是每小时 3.75 千米。

*例 12 某工厂生产一种零件，要经过三道工序。第一道工序每个工人每小时做 50 个；第二道工序每个工人每小时做 30 个；第三道工序每个工人每小时做 25 个。在要求均衡生产的条件下，这三道工序至少各应分配多少名工人？（适于六年级程度）

解：50、30、25 三个数的最小公倍数是 150。

第一道工序至少应分配：

$$150 \div 50=3（人）$$

第二道工序至少应分配：

$$150 \div 30=5（人）$$

第三道工序至少应分配：

$$150 \div 25=6（人）$$

答略。

三十四、解平均数问题的方法

已知几个不相等的数及它们的份数，求总平均值的问题，叫做平均数问题。

解答平均数问题时，要先求出总数量和总份数。总数量是几个数的和，总份数是这几个数的份数的和。解答这类问题的公式是；

总数量÷总份数=平均数

例 1 气象小组在一天的 2 点、8 点、14 点、20 点测得某地的温度分别是 13 摄氏度、16 摄氏度、25 摄氏度、18 摄氏度。算出这一天的平均温度。（适于四年级程度）

解：本题可运用求平均数的解题规律“总数量÷总份数=平均数”进行计算。这里的总数量是指测得的四个温度的和，即 13 摄氏度、16 摄氏度、25 摄氏度、18 摄氏度的和；这里的总份数是指测量气温的次数，一天测量四次气温，所以总份数为 4。

（13+16+25+18）÷4

=72÷4

=18（摄氏度）

答：这一天的平均气温为 18 摄氏度。

例 2 王师傅加工一批零件，前 3 天加工了 148 个，后 4 天加工了 167 个。王师傅平均每天加工多少个零件？（适于四年级程度）

解：此题的总数量是指前 3 天和后 4 天一共加工的零件数，总份数是指前、后加工零件的天数之和。用总数量除以总份数，便求出平均数。

前、后共加工的零件数：

148+167=315（个）

前、后加工零件共用的天数：

3+4=7（天）

平均每天加工的零件数：

315÷7=45（个）

综合算式：

（148+167）÷（3+4）

＝315÷7

=45（个）

答：平均每天加工 45 个零件。

例 3 某工程队铺一段自来水管道。前 3 天每天铺 150 米，后 2 天每天铺 200 米，正好铺完。这个工程队平均每天铺多少米？（适于四年级程度）

解：本题的总数量是指工程队前 3 天、后 2 天一共铺自来水管道的米数。总份数是指铺自来水管道的总天数。用铺自来水管道的总米数除以铺自来水管道的总天数，就可以求出平均每天铺的米数。

前 3 天铺的自来水管道米数：

150×3=450（米）

后 2 天铺的自来水管道米数：

200×2=400（米）

一共铺的自来水管道米数：

450+400=850（米）

一共铺的天数：

3+2=5（天）

平均每天铺的米数：

850÷5=170（米）

综合算式：

（150×3+200×2）÷（3+2）

＝（450+400）÷5

＝850÷5

＝170（米）

答略。

例 4　有两块实验田，第一块有地 3.5 亩，平均亩产小麦 480 千克；第二块有地 1.5 亩，共产小麦 750 千克。这两块地平均亩产小麦多少千克？（适于四年级程度）

解：本题的总数量是指两块地小麦的总产量，总份数是指两块地的总亩数，用两块地的总产量除以两块地的总亩数，可求出两块地平均亩产小麦多少千克。

3.5 亩共产小麦：

480×3.5=1680（千克）

两块地总产量：

1680+750=2430（千克）

两块地的总亩数：

3.5+1.5=5（亩）

两块地平均亩产小麦：

2430÷5=486（千克）

综合算式：

（480×3.5+750）÷（3.5+1.5）

＝（1680+750）÷5

＝2430÷5

=486（千克）

答略。

例 5 东风机器厂，五月份上半月的产值是 125.2 万元，比下半月的产值少 70 万元。这个厂五月份平均每天的产值是多少万元？（适于四年级程度）

解：本题的总数量是指五月份的总产值。五月份上半月的产值是 125.2 万元，比下半月的产值少 70 万元，也就是下半月比上半月多 70 万元，所以下半月产值为 125.2+70=195.2（万元）。把上半月的产值和下半月的产值相加，求出五月份的总产值。

本题的总份数是指五月份的实际天数。五月份为大月，共有 31 天。用五月份的总产值除以五月份的实际天数，可求出五月份平均每天的产值是多少万元。

下半月产值：

125.2+70=195.2（万元）

五月份的总产值：

125.2+195.2=320.4（万元）

五月份平均每天的产值：

320.4÷31≈10.3（万元）

综合算式：

（125.2+125.2+70）÷31

=320.4÷31

≈10.3（万元）

答略。

例 6 崇光轴承厂六月上旬平均每天生产轴承 527 只，中旬生产 5580 只，下旬生产 5890 只。这个月平均每天生产轴承多少只？（适于四年级程度）

解：本题的总数量是指六月份生产轴承的总只数，总份数是指六月份生产轴承的总天数。用六月份生产轴承的总只数除以六月份的总天数，可求出六月份平均每天生产轴承数。

六月上旬生产轴承的只数：

527×10=5270（只）

六月中、下旬共生产轴承：

5580+5890=11470(只）

六月份共生产轴承：

5270+11470=16740（只）

六月份平均每天生产轴承：

16740÷30=558（只）

综合算式：

（527×10+5580+5890）÷30

=（5270+5580+5890）÷30

=16740÷30

=558（只）

答略。

例 7 糖果店配混合糖，用每千克 4.8 元的奶糖 5 千克，每千克 3.6 元的软糖 10 千克，每千克 2.4 元的硬糖 10 千克。这样配成的混合糖，每千克应卖多少元？（适于四年级程度）

解：本题中的总数量是指三种糖的总钱数；总份数是指三种糖的总重量。总钱数除以总重量，可求出每千克混合糖应卖多少钱。

三种糖总的钱数：

4.8×5+3.6×10+2.4×10

=24+36+24

=84（元）

三种糖的总的重量：

5+10+10=25（千克）

每千克混合糖应卖的价钱：

84÷25=3.36（元）

综合算式：

（4.8×5+3.6×10+2.4×10）÷(5+10+10)

＝84÷25

＝3.36（元）

答略。

例 8 一辆汽车从甲地开往乙地，在平地上行驶了 2.5 小时，每小时行驶 42 千米；在上坡路行驶了 1.5 小时，每小时行驶 30 千米；在下坡路行驶了 2 小时，每小时行驶 45 千米，就正好到达乙地。求这辆汽车从甲地到乙地的平均速度。（适于四年级程度）

解：本题中的总数量是由甲地到乙地的总路程：

42×2.5+30×1.5+45×2

=105+45+90

=240（千米）

本题中的总份数是由甲地到乙地所用的时间：

2.5+1.5+2=6（小时）

这辆汽车从甲地到乙地的平均速度是：

240÷6=40（千米/小时）

综合算式：

（42×2.5+30×1.5+45×2）÷（2.5+1.5+2）

＝240÷6

＝40（千米/小时）

答略。

*例 9 学校发动学生积肥支援农业，三年级 85 人积肥 3640 千克，四年级 92 人比三年级多积肥 475 千克，五年级的人数比四年级多 3 人，积肥数比三年级多 845 千克。三个年级的学生平均每人积肥多少千克？（适于四年级程度）

解：本题中的总数量是三个年级积肥的总重量。已知三年级积肥 3640 千克。

四年级积肥：

3640+475=4115（千克）

五年级积肥：

3640+845=4485（千克）

三个年级共积肥：

3640+4115+4485=12240（千克）

本题中的总份数就是三个年级学生的总人数。三年级学生人数是 85 人已知，四年级学生人数是 92 人已知，五年级学生人数是：

92+3=95（人）

三个年级学生的总人数是：

85+92+95=272（人）

三个年级的学生平均每人积肥：

12240÷272=45（千克）

综合算式：

（3640×3+475+845）÷（85+92×2+3）

=12240÷272

=45（千克）

答略。

例 10 山上某镇离山下县城有 60 千米的路程。一人骑自行车从该镇出发去县城，每小时行 20 千米。从县城返回该镇时，由于是上坡路，每小时只行了 15 千米。问此人往返一次平均每小时行了多少千米？（适于四年级程度）

解：本题中的总数量是从某镇到县城往返一次的总路程：

60×2=120（千米）

总份数是往返一次用的时间：

60÷20+60÷15

=3+4

=7（小时）

此人往返一次平均每小时行的路程是：

120÷7≈17.14（千米）

综合算式：

60×2÷（60÷20+60÷15）

＝120÷(3+4)

＝120÷7

≈17.14（千米）

答略。

*例 11 有两块棉田，平均亩产皮棉 91.5 千克。已知一块田是 3 亩，平均亩产皮棉 104 千克。另一块田是 5 亩，求这块田平均亩产皮棉多少千克？（适于四年级程度）

解：两块棉田皮棉的总产量是：

91.5×（3+5）=732（千克）

3 亩的那块棉田皮棉的产量是：

104×3=312（千克）

另一块棉田皮棉的平均亩产量是：

（732-312）÷5

＝420÷5

＝84（千克）

综合算式：

[91.5×（3+5）-104×3] ÷5

＝[732-312]÷5

＝420÷5

＝84（千克）

答略。

*例 12 王伯伯钓鱼，前 4 天共钓了 36 条，后 6 天平均每天比前 4 天多钓了 5 条。问王伯伯平均每天钓鱼多少条？（适于四年级程度）

解（1）：题中前 4 天共钓 36 条已知，后 6 天共钓鱼：

（36÷4+5）×6

=14×6

=84（条）

一共钓鱼的天数是：

4+6=10（天）

10 天共钓鱼：

36+84=120（条）

平均每天钓鱼：

120÷10=12（条）

综合算式：

[36+（36÷4+5）×6]÷（4+6）

=[36+84]÷10

=120÷10

=12（条）

答略。

解（2）：这道题除用一般方法解之外，还可将后 6 天多钓的鱼按 10 天平均后，再加上原来 4 天的平均钓鱼数。

（5×6）÷（4+6）+36÷4

=3+9

=12（条）

答：王伯伯平均每天钓鱼 12 条。

例 13 一个小朋友爬山，上山速度为每小时 2 千米，到达山顶后立即按原路下山，下山速度为每小时 6 千米。这个小朋友上、下山的平均速度是多少？（适于四年级程度）

解：本题的总数量是上山、下山的总路程，题中没有说总路程是多少。假设上山的路程是 1 千米，那么下山的路程也是 1 千米，上山、下山的总路程是 2 千米。

本题的总份数是上山、下山总共用的时间。

因为上山的速度是每小时2千米，所以上山用的时间是 $\frac{1}{2}$ 小时。

因为下山的速度是每小时6千米，所以下山用的时间是 $\frac{1}{6}$ 小时。

上山、下山总共用的时间是：

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)\text{小时}$$

所以，上山、下山的平均速度是：

$$2\div\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)$$

$$=2\div\frac{4}{6}$$

$$=3\text{（千米/小时）}$$

答略。

例 14 某厂一、二月份的平均产值是 1.2 万元，三月份的产值比第一季度的平均月产值还多 0.4 万元。这个工厂三月份的产值是多少万元？（适于四年级程度）

解：此题数量关系比较隐蔽，用“总数量÷总份数”的方法做不出来。作图（34-1）。从图 34-1 可以看出，一、二月份的平均产值都是 1.2 万元。题中说“三月份的产值比第一季度的平均月产值还多 0.4 万元”，那么三月份的产值一定比一、二月份的平均产值要高，所以图 34-1 中表示三月份产值的线段比表示一、二月份平均产值的线段长。

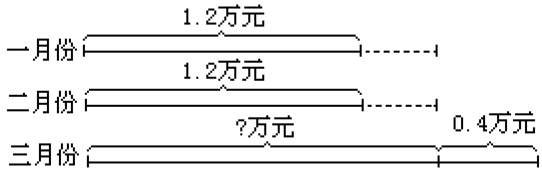


图 34-1

第一季度的平均产值是多少万元呢？

我们用“移多补少”的方法，把图 34-1 中三月份的 0.4 万元平均分成 2 份，分别加到一、二月份的产值上，这样就得到第一季度的平均产值了。

1.2+0.4÷2=1.4（万元）

因为三月份的产值比第一季度的平均月产值还多 0.4 万元，所以三月份的产值是：

1.4+0.4=1.8（万元）

综合算式：

1.2+0.4÷2+0.4
=1.4+0.4
=1.8（万元）

答略。

*例 15 苹果 2 千克卖 2 元钱，梨 3 千克卖 2 元钱。把每一筐 15 千克的梨、苹果各一筐掺到一起，按 2 元钱 2.5 千克来卖，是挣钱，还是赔钱？按照前面的标准价计算差了多少元？（适于四年级程度）

解：苹果的单价是每 1 千克 1 元钱，梨的单价是每 1 千克 2/3 元，混合后每 1 千克混合水果的价钱应当是：

$$\left(1+\frac{2}{3}\right)\div 2=\frac{5}{6}\text{（元）}$$

但混合后每1千克水果实际卖 $\frac{2}{2.5}=0.8$（元）。这比前面的标准价每1千克少卖钱：

$$\frac{5}{6}-0.8=\frac{5}{6}-\frac{4}{5}=\frac{1}{30}\text{（元）}$$

因为是把每一筐 15 千克的梨、苹果各一筐掺合到一起，所以混合的水果一共是 30 千克，这 30 千克水果要少卖钱：

$$\frac{1}{30}\times 30=1\text{（元）}$$

答：混合后是赔钱，照标准价差了 1 元钱。

***例 16 三块小麦实验田的平均亩产量是 267.5 千克。已知第一块地是 3 亩，平均亩产量是 275 千克；第二块是 5 亩，平均亩产量是 285 千克；而第三块地的平均亩产量只有 240 千克。第三块地是多少亩？(适于四年级程度)**

解：第三块地的亩产量比总平均亩产量低：

267.5-240=27.5（千克）

每亩低 27.5 千克，需要第一、二两块地可拿出多少千克来填补呢？

（275-267.5）×3+（285-267.5）×5

=7.5×3+17.5×5

=22.5+87.5

=110（千克）

110 千克中含有多少个 27.5 千克，第三块地就是多少亩。

110÷27.5=4（亩）

综合算式：

[（275-267.5）×3+（285-267.5）×5]÷（267.5-240）

=[22.5+87.5]÷27.5

=110÷27.5

=4（亩）

答：第三块地是 4 亩。

三十五、解行程问题的方法

已知速度、时间、距离三个数量中的任何两个，求第三个数量的应用题，叫做行程问题。

解答行程问题的关键是，首先要确定运动的方向，然后根据速度、时间和路程的关系进行计算。

行程问题的基本数量关系是：

速度×时间=路程

路程÷速度=时间

路程÷时间=速度

行程问题常见的类型是：相遇问题，追及问题（即同向运动问题），相离问题（即相背运动问题）。

（一）相遇问题

两个运动物体作相向运动或在环形跑道上作背向运动，随着时间的发展，必然面对面地相遇，这类问题叫做相遇问题。它的特点是两个运动物体共同走完整个路程。

小学数学教材中的行程问题，一般是指相遇问题。

相遇问题根据数量关系可分成三种类型：求路程，求相遇时间，求速度。

它们的基本关系式如下：

总路程=（甲速+乙速）×相遇时间

相遇时间=总路程÷（甲速+乙速）

另一个速度=甲乙速度和-已知的一个速度

1.求路程

（1）求两地间的距离

例 1 两辆汽车同时从甲、乙两地相对开出，一辆汽车每小时行 56 千米，另一辆汽车每小时行 63 千米，经过 4 小时后相遇。甲乙两地相距多少千米？（适于五年级程度）

解：两辆汽车从同时相对开出到相遇各行 4 小时。一辆汽车的速度乘以它行驶的时间，就是它行驶的路程；另一辆汽车的速度乘以它行驶的时间，就是这辆汽车行驶的路程。两车行驶路程之和，就是两地距离。

56×4=224（千米）

63×4=252（千米）

224+252=476（千米）

综合算式：

56×4+63×4

=224+252

=476（千米）

答略。

例 2 两列火车同时从相距 480 千米的两个城市出发，相向而行，甲车每小时行驶 40 千米，乙车每小时行驶 42 千米。5 小时后，两列火车相距多少千米？（适于五年级程度）

解：此题的答案不能直接求出，先求出两车 5 小时共行多远后，从两地的距离 480 千米中，减去两车 5 小时共行的路程，所得就是两车的距离。

480-（40+42）×5

=480-82×5

=480-410

=70（千米）

答：5 小时后两列火车相距 70 千米。

例 3 甲、乙二人分别从 A、B 两地同时相向而行，甲每小时行 5 千米，乙每小时行 4 千米。二人第一次相遇后，都继续前进，分别到达 B、A 两地后又立即按原速度返回。从开始走到第二次相遇，共用了 6 小时。A、B 两地相距多少千米？（适于五年级程度）

解：从开始走到第一次相遇，两人走的路程是一个 AB 之长；而到第二次相遇，两人走的路程总共就是 3 个 AB 之长（图 35-1），这三个 AB 之长是：

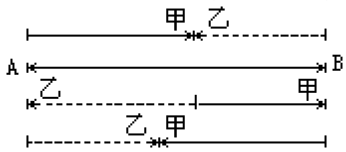


图 35-1

（5+4）×6=54（千米）

所以，A、B 两地相距的路程是：

54÷3=18（千米）

答略。

例 4 两列火车从甲、乙两地同时出发对面开来，第一列火车每小时行驶 60 千米，第二列火车每小时行驶 55 千米。两车相遇时，第一列火车比第二列火车多行了 20 千米。求甲、乙两地间的距离。（适于五年级程度）

解：两车相遇时，两车的路程差是 20 千米。出现路程差的原因是两车行驶的速度不同，第一列火车每小时比第二列火车多行（60-55）千米。由此可求出两车相遇的时间，进而求出甲、乙两地间的距离。

（60+55）×[20÷（60-55）]

=115×[20÷5]

=460（千米）

答略。

*例 5 甲、乙二人同时从 A、B 两地相向而行，甲每小时走 6 千米，乙每小时走 5 千米，两个人在距离中点 1.5 千米的地方相遇。求 A、B 两地之间的距离。（适于五年级程度）

解：由题意可知，当二人相遇时，甲比乙多走了 1.5×2 千米（图 35-2），甲比乙每小时多行（6-5）千米。由路程差与速度差，可求出相遇时间，进而求出 A、B 两地之间的距离。

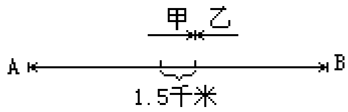


图 35-2

$$(6+5)\times[1.5\times2\div(6-5)]$$
$$=11\times[1.5\times2\div1]$$
$$=11\times3$$
$$=33\text{（千米）}$$

答略。

例6 甲车的速度是乙车速度的$\frac{5}{6}$，两车同时从A、B两站相向而行，在离中点2千米处相遇。求两站间的距离。（适于六年级程度）

解：由“甲车的速度是乙车的$\frac{5}{6}$”可知，甲车行的路程也是乙车所行路程的$\frac{5}{6}$，即甲车比乙车少行：

$$1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$$

由两车“在离中点2千米处相遇”可知，甲车比乙车少行：

$$2\times2=4\text{（千米）}$$

所以，乙车行的路程是：

$$4\div\frac{1}{6}=24\text{（千米）}$$

甲车行的路程是：

$$24\times\frac{5}{6}=20\text{（千米）}$$

A、B两站间的距离是：

$$24+20=44\text{（千米）}$$

答略。

例7 从甲城往乙城开出一列普通客车，每小时行60千米，行驶到全程的$\frac{3}{17}$时，从乙城往甲城开出一列快车，每小时行驶80千米。快车开出4小时后同普通客车相遇。甲、乙两城间相距多少千米？（适于六年级程度）

解：普通客车从甲城开往乙城，每小时60千米，行驶到全程的$\frac{3}{17}$时，快车从乙城开出，普通客车与快车相对而行。已知普通客车每小时行 60 千米，快车每小时行80千米，可以求出两车速度之和。又已知两车相遇时间，可以按“速度之和×相遇时间”，求出两车相对而行的总行程。普通客车已行驶

了全程的$\frac{3}{17}$，可见两车相对而行的总路程占全程的（$1-\frac{3}{17}$），即$\frac{14}{17}$。用除法可求出甲乙两城间的距离。

普通客车与快车速度之和是：

60+80=140（千米/小时）

两车相对而行的总路程是：

140×4=560（千米）

两车所行的总路程占全程的比率是：

$$1-\frac{3}{17}=\frac{14}{17}$$

甲、乙两城之间相距为：

$$560\div\frac{14}{17}=680\text{（千米）}$$

综合算式：

$$\begin{aligned}&(60+80)\times4\div\left(1-\frac{3}{17}\right)\\&=140\times4\div\frac{14}{17}\\&=560\div\frac{14}{17}\\&=680\text{（千米）}\end{aligned}$$

答略。

（2）求各行多少

例 1 两地相距 37.5 千米，甲、乙二人同时从两地出发相向而行，甲每小时走 3.5 千米，乙每小时走 4 千米。相遇时甲、乙二人各走了多少千米？（适于五年级程度）

解：到甲、乙二人相遇时所用的时间是：

37.5÷（3.5+4）=5（小时）

甲行的路程是：

3.5×5=17.5（千米）

乙行的路程是：

4×5=20（千米）

答略。

例 2 甲、乙二人从相距 40 千米的两地同时相对走来，甲每小时走 4 千米，乙每小时走 6 千米。相遇后他们又都走了 1 小时。两人各走了多少千米？（适于五年级程度）

解：到甲、乙二人相遇所用的时间是：

40÷（4+6）=4（小时）

由于他们又都走了 1 小时，因此两人都走了：

4+1=5（小时）

甲走的路程是：

4×5=20（千米）

乙走的路程是：

6×5=30（千米）

答略。

例 3 两列火车分别从甲、乙两个火车站相对开出，第一列火车每小时行 48.65 千米，第二列火车每小时行 47.35 千米。在相遇时第一列火车比第二列火车多行了 5.2 千米。到相遇时两列火车各行了多少千米？（适于五年级程度）

解：两车同时开出，行的路程有一个差，这个差是由于速度不同而形成的。可以根据“相遇时间=路程差÷速度差”的关系求出相遇时间，然后再分别求出所行的路程。

从出发到相遇所用时间是：

5.2÷（48.65-47.35）

=5.2÷1.3

=4（小时）

第一列火车行驶的路程是：

48.65×4=194.6（千米）

第二列火车行驶的路程是：

47.35×4=189.4（千米）

答略。

*例 4 东、西两车站相距 564 千米，两列火车同时从两站相对开出，经 6 小时相遇。第一列火车比第二列火车每小时快 2 千米。相遇时这两列火车各行了多少千米？（适于五年级程度）

解：两列火车的速度和是：

564÷6=94（千米/小时）

第一列火车每小时行：

（94+2）÷2=48（千米）

第二列火车每小时行：

48-2=46（千米）

相遇时，第一列火车行：

48×6=288（千米）

第二列火车行：

46×6=276（千米）

答略。

2.求相遇时间

例 1 两个城市之间的路程是 500 千米，一列客车和一列货车同时从两个城市相对开出，客车的平均速度是每小时 55 千米，货车的平均速度是每小时 45 千米。两车开了几小时以后相遇？（适于五年级程度）

解：已知两个城市之间的路程是 500 千米，又知客车和货车的速度，可求出两车的速度之和。用两城之间的路程除以两车的速度之和可以求出两车相遇的时间。

500÷（55+45）

=500÷100

$=5$（小时）

答略。

例 2 两地之间的路程是 420 千米，一列客车和一列货车同时从两个城市相对开出，客车每小时行55千米，货车每小时的速度是客车的$\frac{10}{11}$，两车开出后几小时相遇？（适于六年级程度）

解：本题没有直接告诉货车的速度，可根据货车的速度是客车的$\frac{10}{11}$这一数量关系求出货车的速度，然后再求两车开出后几小时相遇。

$$
\begin{aligned}
&420 \div (55 + 55 \times \frac{10}{11}) \\
&= 420 \div (55 + 50) \\
&= 420 \div 105 \\
&= 4 \text{（小时）}
\end{aligned}
$$

答略。

例 3 在一次战役中，敌我双方原来相距 62.75 千米。据侦察员报告，敌人已向我处前进了 11 千米。我军随即出发迎击，每小时前进 6.5 千米，敌人每小时前进 5 千米。我军出发几小时后与敌人相遇？（适于五年级程度）

解：此题已给出总距离是 62.75 千米，由“敌人已向我处前进了 11 千米”可知实际的总距离减少到（62.75-11）千米。

$$
\begin{aligned}
&(62.75-11) \div (6.5+5) \\
&=51.75 \div 11.5 \\
&=4.5 \text{（小时）}
\end{aligned}
$$

答：我军出发 4.5 小时后与敌人相遇。

例 4 甲、乙两地相距 200 千米，一列货车由甲地开往乙地要行驶 5 小时；一列客车由乙地开往甲地需要行驶 4 小时。如果两列火车同时从两地相对开出，经过几小时可以相遇？（得数保留一位小数）（适于五年级程度）

解：此题用与平常说法不同的方式给出了两车的速度。先分别求出速度再求和，根据“时间=路程÷速度”的关系，即可求出相遇时间。

$$
\begin{aligned}
&200 \div (200 \div 5+200 \div 4) \\
&=200 \div (40+50) \\
&=200 \div 90 \\
&\approx 2.2 \text{（小时）}
\end{aligned}
$$

答：两车大约经过 2.2 小时相遇。

例 5 在复线铁路上，快车和慢车分别从两个车站开出，相向而行。快车车身长是 180 米，速度为每秒钟 9 米；慢车车身长 210 米，车速为每秒钟 6 米。从两车头相遇到两车的尾部离开，需要几秒钟？（适于五年级程度）

解：因为是以两车离开为准计算时间，所以两车经过的路程是两个车身的总长。总长除以两车的速度和，就得到两车从相遇到车尾离开所需要的时间。

（180+210）÷（9+6）
=390÷15
=26（秒）

答略。

3.求速度

例 1 甲、乙两个车站相距 550 千米，两列火车同时由两站相向开出，5 小时相遇。快车每小时行 60 千米。慢车每小时行多少千米？（适于五年级程度）

解：先求出速度和，再从速度和中减去快车的速度，便得出慢车每小时行：

550÷5-60
=110-60
=50（千米）

答略。

例 2 A、B 两个城市相距 380 千米。客车和货车从两个城市同时相对开出，经过 4 小时相遇。货车比客车每小时快 5 千米。这两列车每小时各行多少千米？（适于五年级程度）

解：客车每小时行：

（380÷4-5）÷2
=（95-5）÷2
=45（千米）

货车每小时行：

45+5=50（千米）

答略。

例 3 甲、乙两个城市相距 980 千米，两列火车由两城市同时相对开出，经过 10 小时相遇。快车每小时行 50 千米，比慢车每小时多行多少千米？（适于五年级程度）

解：两城市的距离除以两车相遇的时间，得到两车的速度和。从两车的速度和中减去快车的速度，得到慢车的速度。再用快车速度减去慢车的速度，即得到题中所求。

50-（980÷10-50）
=50-（98-50）
=50-48
=2（千米）

答略。

例 4 甲、乙两地相距 486 千米，快车与慢车同时从甲、乙两地相对开出，经过 6 小时相遇。已知快车与慢车的速度比是 5∶4。求快车和慢车每小时各行多少千米？（适于六年级程度）

解：快车与慢车速度之比是5：4，快车速度是两车速度之和的 $\frac{5}{4+5}$，即 $\frac{5}{9}$；慢车速度是两车速度之和的 $\frac{4}{4+5}$，即 $\frac{4}{9}$。分别求出两车的速度。

两车的速度和是：

486÷6=81（千米/小时）

快车每小时行：

$$81\times\frac{5}{9}=45\text{（千米）}$$

慢车每小时行：

$$81\times\frac{4}{9}=36\text{（千米）}$$

答略。

例 5 两辆汽车同时从相距 465 千米的两地相对开出，4.5 小时后两车还相距 120 千米。一辆汽车每小时行 37 千米。另一辆汽车每小时行多少千米？（适于五年级程度）

解：如果两地间的距离减少 120 千米，4.5 小时两车正好相遇。也就是两车 4.5 小时行 465-120=345 千米，345 千米除以 4.5 小时，可以求出两车速度之和。从速度之和减去一辆车的速度，得到另一辆车的速度。

$$\begin{aligned}&(465-120)\div4.5-37\\&=345\div4.5-37\\&=76\frac{2}{3}-37\\&=39\frac{2}{3}\text{（千米）}\end{aligned}$$

答略。

例 6 甲、乙两人从相距 40 千米的两地相向而行。甲步行，每小时走 5 千米，先出发 0.8 小时。乙骑自行车，骑 2 小时后，两人在某地相遇。乙骑自行车每小时行多少千米？（适于五年级程度）

解：两人相遇时，甲共走：

0.8+2=2.8（小时）

甲走的路程是：

5×2.8=14（千米）

乙在 2 小时内行的路程是：

40-14=26（千米）

所以，乙每小时行：

26÷2=13（千米）

综合算式：

[40-5×（0.8+2）]÷2

=[40-5×2.8]÷2

=[40-14]÷2

=26÷2

=13（千米）

答略。

例 7 甲、乙二人从相距 50 千米的两地相对而行。甲先出发，每小时步行 5 千米。1 小时后乙骑自行车出发，骑了 2 小时，两人相距 11 千米。乙每小时行驶多少千米？（适于五年级程度）

解：从相距的 50 千米中，去掉甲在 1 小时内先走的 5 千米，又去掉相隔的 11 千米，便得到：

50-5-11=34（千米）

这时，原题就改变成“两地相隔 34 千米，甲、乙二人分别从两地同时相对而行。甲步行，乙骑自行车，甲每小时走 5 千米。经过 2 小时两人相遇。乙每小时行多少千米？”

由此可知，二人的速度和是：

34÷2=17（千米/小时）

乙每小时行驶的路程是：

17-5=12（千米）

综合算式：

（50-5-11）÷2-5
=34÷2-5
=17-5
=12（千米）

答略。

（二）追及问题

追及问题的地点可以相同（如环形跑道上的追及问题），也可以不同，但方向一般是相同的。由于速度不同，就发生快的追及慢的问题。

根据速度差、距离差和追及时间三者之间的关系，常用下面的公式：

距离差=速度差×追及时间

追及时间=距离差÷速度差

速度差=距离差÷追及时间

速度差=快速-慢速

解题的关键是在互相关联、互相对应的距离差、速度差、追及时间三者之中，找出两者，然后运用公式求出第三者来达到解题目的。

*例 1 甲、乙二人在同一条路上前后相距 9 千米。他们同时向同一个方向前进。甲在前，以每小时 5 千米的速度步行；乙在后，以每小时 10 千米的速度骑自行车追赶甲。几小时后乙能追上甲？（适于高年级程度）

解：求乙几小时追上甲，先求乙每小时能追上甲的路程，是：

10-5=5（千米）

再看，相差的路程 9 千米中含有多少个 5 千米，即得到乙几小时追上甲。

9÷5=1.8（小时）

综合算式：

9÷（10-5）

=9÷5

=1.8（小时）

答略。

*例 2 甲、乙二人在相距 6 千米的两地，同时同向出发。乙在前，每小时行 5 千米；甲在后，每小时的速度是乙的 1.2 倍。甲几小时才能追上乙？（适于高年级程度）

解：甲每小时行：

5×1.2=6（千米）

甲每小时能追上乙：

6-5=1（千米）

相差的路程 6 千米中，含有多少个 1 千米，甲就用几小时追上乙。

6÷1=6（小时）

答：甲 6 小时才能追上乙。

*例 3 甲、乙二人围绕一条长 400 米的环形跑道练习长跑。甲每分钟跑 350 米，乙每分钟跑 250 米。二人从起跑线出发，经过多长时间甲能追上乙？（适于高年级程度）

解：此题的运动路线是环形的。求追上的时间是指快者跑一圈后追上慢者，也就是平时所说的“落一圈”，这一圈相当于在直线上的 400 米，也就是追及的路程。因此，甲追上乙的时间是：

400÷（350-250）

=400÷100

=4（分钟）

答略。

*例 4 在解放战争的一次战役中，我军侦察到敌军在我军南面 6 千米的某地，正以每小时 5.5 千米的速度向南逃窜，我军立即以每小时 8.5 千米的速度追击敌人。在追上敌人后，只用半小时就全歼敌军。从开始追击到全歼敌军，共用了多长时间？（适于高年级程度）

解：敌我两军行进的速度差是：

8.5-5.5=3（千米/小时）

我军追上敌军用的时间是：

6÷3=2（小时）

从开始追击到全歼敌军，共用的时间是：

2+0.5=2.5（小时）

综合算式：

60÷（8.5-5.5）+0.5

=6÷3+0.5

=2.5（小时）

答略。

*例 5 一排解放军从驻地出发去执行任务，每小时行 5 千米。离开驻地 3 千米时，排长命令通讯员骑自行车回驻地取地图。通讯员以每小时 10 千米

的速度回到驻地，取了地图立即返回。通讯员从驻地出发，几小时可以追上队伍？（适于高年级程度）

解：通讯员离开队伍时，队伍已离开驻地 3 千米。通讯员的速度等于队伍的 2 倍（10÷5=2），通讯员返回到驻地时，队伍又前进了（3÷2）千米。这样，通讯员需追及的距离是（3+3÷2）千米，而速度差是（10-5）千米/小时。

根据“距离差÷速度差=时间”可以求出追及的时间。

（3+3÷2）÷（10-5）

=4.5÷5

=0.9（小时）

答略。

（三）相离问题

相离问题就是两个人或物体向相反方向运动的应用题，也叫做相背运动问题。

解相离问题一般遵循“两个人或物体出发地之间的距离+速度和×时间=两个人或物体之间的距离”。

例 1 哥哥由家向东到工厂去上班，每分钟走 85 米，弟弟同时由家往西到学校去上学，每分钟走 75 米。几分钟后二人相距 960 米？（适于四年级程度）

解：二人同时、同地相背而行，只要求出速度和，由“时间=距离÷速度和”即可求出所行时间。因此，得：

960÷（85+75）

=960÷160

=6（分钟）

答略。

例 2 甲、乙二人从同一城镇某车站同时出发，相背而行。甲每小时行 6 千米，乙每小时行 7 千米。8 小时后，甲、乙二人相距多少千米？（适于四年级程度）

解：先求出二人速度之和，再乘以时间就得到二人之间的距离。

（6+7）×8

=13×8

=104（千米）

答略。

*例 3 东、西两镇相距 69 千米。张、王二人同时自两镇之间的某地相背而行，6 小时后二人分别到达东、西两镇。已知张每小时比王多行 1.5 千米。二人每小时各行多少千米？出发地距东镇有多少千米？（适于高年级程度）

解：由二人 6 小时共行 69 千米，可求出他们的速度和是（69÷6）千米/小时。张每小时比王多行 1.5 千米，这是他们的速度差。从而可以分别求出二人的速度。

张每小时行：

（69÷6+1.5）÷2

=（11.5+1.5）÷2

=13÷2

=6.5（千米）

王每小时行：

6.5-1.5=5（千米）

出发地距东镇的距离是：

6.5×6=39（千米）

答：张每小时行 6.5 千米，王每小时行 5 千米；出发地到东镇的距离是 39 千米。

三十六、解工程问题的方法

工程问题是研究工作量、工作效率和工作时间三者之间关系的问题。这三者之间的关系是：

工作效率×工作时间=工作量

工作量÷工作时间=工作效率

工作量÷工作效率=工作时间

根据上面的数量关系，只要知道三者中的任意两种量，就可求出第三种量。

由于工作量的已知情况不同，工程问题可分为整数工程问题和分数工程问题两类。在整数工程问题中，工作量是已知的具体数量。解答这类问题时，只要按照上面介绍的数量关系计算就可解题，计算过程中一般不涉及分率。在分数工程问题中，工作量是未知数量。解这类题时，也要根据上面介绍的数量关系计算，但在计算过程中要涉及到分率。

（一）工作总量是具体数量的工程问题

例 1 建筑工地需要 1200 吨水泥，用甲车队运需要 15 天，用乙车队运需要 10 天。两队合运需要多少天？（适于四年级程度）

解：这是一道整数工程问题，题中给出了总工作量是具体的数量 1200 吨，还给出了甲、乙两队完成总工作量的具体时间。先根据“工作量÷工作时间=工作效率”，分别求出甲、乙两队的工作效率。再根据两队工作效率的和及总工作量，利用公式“工作量÷工作效率=工作时间”，求出两队合运需用多少天。

甲车队每天运的吨数：（甲车队工作效率）

1200÷15=80（吨）

乙车队每天运的吨数：（乙车队工作效率）

1200÷10=120（吨）

两个车队一天共运的吨数：

80+120=200（吨）

两个车队合运需用的天数：

1200÷200=6（天）

综合算式：

1200÷（1200÷15+1200÷10）

=1200÷（80+120）

=1200÷200

=6（天）

答略。

*例 2 生产 350 个零件，李师傅 14 小时可以完成。如果李师傅和他的徒弟小王合作，则 10 小时可以完成。如果小王单独做这批零件，需多少小时？（适于四年级程度）

解：题中工作总量是具体的数量，李师傅完成工作总量的时间也是具体的。

李师傅 1 小时可完成：

350÷14=25（个）

由“如果李师傅和他的徒弟小王合作，则 10 小时可以完成”可知，李师傅和徒弟小王每小时完成：

350÷10=35（个）

小王单独工作一小时可完成：

35-25=10（个）

小王单独做这批零件需要：

350÷10=35（小时）

综合算式：

350÷（350÷10-350÷14）
=350÷（35-25
=350÷10
=35（小时）

答略。

*例 3 把生产 2191 打毛巾的任务，分配给甲、乙两组。甲组每小时生产毛巾 128 打，乙组每小时生产毛巾 160 打。乙组生产 2 小时后，甲组也开始生产。两组同时完工时超产 1 打。乙组生产了多长时间？（适于四年级程度）

解：两组共同生产的总任务是：

2191-160×2+1=1872（打）

两组共同生产的时间是：

1872÷（160+128）=6.5（小时）

乙组生产的时间是：

6.5+2=8.5（小时）

综合算式：

（2191-160×2+1）÷（160+128）+2
=1872÷288+2
=6.5+2
=8.5（小时）

答略。

*例4 用两台机器生产108个齿轮。第一台$4\frac{1}{2}$小时能生产18个，第二台$1\frac{3}{5}$小时能生产8个。两台机器一同生产一段时间以后，还剩45个。两台机器一同生产用了多少小时？（适于六年级程度）

解：两台机器一同生产的个数是：

108-45=63（个）

第一台机器每小时生产：

$18\div4\frac{1}{2}=4$（个）

第二台机器每小时生产：

$$8 \div 1\frac{3}{5} = 5 \text{（个）}$$

两台机器一同生产用的时间是：

63÷（4+5）=7（小时）

综合算式：

$$(108-45) \div \left(18 \div 4\frac{1}{2} + 8 \div 1\frac{3}{5}\right)$$
$$= 63 \div (4+5)$$
$$= 63 \div 9 = 7 \text{（小时）}$$

答略。

（二）工作总量不是具体数量的工程问题

例 1 一项工程，甲队单独做 24 天完成，乙队单独做 16 天完成。甲、乙两队合做，多少天可以完成？（适于六年级程度）

解：把这项工程的工作总量看作 1。甲队单独做 24 天完成，做 1 天完成这项工程的 $\frac{1}{24}$；乙队单独做16天完成，做1天完成这项工程的 $\frac{1}{16}$。甲、乙两队合做1天，完成这项工程的$(\frac{1}{24}+\frac{1}{16})=\frac{5}{48}$。工作总量1中包含多少个 $\frac{5}{48}$，甲、乙两队合做完成这项工程就需要多少天。

$$1 \div (\frac{1}{24}+\frac{1}{16})$$
$$= 1 \div \frac{5}{48}$$
$$= 9\frac{3}{5}\text{(天)}$$

答略。

例 2 一项工程，由甲工程队修建需要 20 天，由乙工程队修建需要 30 天。甲、乙两队合做多少天能完成全工程的 $\frac{3}{4}$？（适于六年级程度）

解：把这项工程的工作总量看作 1，由甲工程队修建需要 20 天，知甲工程队一天完成这项工程的$\frac{1}{20}$；由乙工程队修建需要30天，知乙工程队一天完成这项工程的$\frac{1}{30}$。甲、乙两个工程队共同修建一天，完成这项工程的$\frac{1}{20}+\frac{1}{30}$。$\frac{3}{4}$中含有多少个$(\frac{1}{20}+\frac{1}{30})$，甲、乙合作完成这项工程的$\frac{3}{4}$就需要多少天。

$$
\begin{aligned}
&\frac{3}{4}\div(\frac{1}{20}+\frac{1}{30})\\
=&\frac{3}{4}\div\frac{3+2}{60}\\
=&\frac{3}{4}\div\frac{1}{12}\\
=&9(\text{天})
\end{aligned}
$$

答略。

例 3 一项工程，甲、乙合做 5 天可以完成，甲单独做 15 天可以完成。乙单独做多少天可以完成？（适于六年级程度）

解：把这项工程的工作量看作 1。甲、乙合做 5 天可以完成，甲、乙合做一天完成这项工程的$\frac{1}{5}$。甲单独做15天可以完成，甲做一天完成这项工程的$\frac{1}{15}$。从甲、乙的工作效率之和$\frac{1}{5}$减去甲的工作效率$\frac{1}{15}$，可求出乙的工作效率$\frac{1}{5}-\frac{1}{15}$。工作总量1中包含多少个乙的工作效率，乙单独做这项工程就需要多长的时间。

$$
\begin{aligned}
&1\div(\frac{1}{5}-\frac{1}{15})\\
=&1\div\frac{2}{15}
\end{aligned}
$$

=7.5（天）

答：乙单独做 7.5 天可以完成。

例 4 有一个水箱，用甲水管注水 10 分钟可以注满，用乙水管注水 8 分钟可以注满。甲、乙两管同时开放 2 分钟后，注入水箱中的水占水箱容量的几分之几？（适于六年级程度）

解：把水箱的容量看作 1。用甲水管注水 10 分钟可以注满，则甲水管 1 分钟注入的水占水箱容量的$\frac{1}{10}$；用乙水管注水8分钟可以注满，则乙水管1分钟注入的水占水箱容量的$\frac{1}{8}$。两个水管同时打开，1分钟可以注入的水占水箱容量的$(\frac{1}{10}+\frac{1}{8})$。所以，甲、乙两管同时打开$2$分钟后，注入的水占水箱容量的：

$$
\begin{aligned}
&(\frac{1}{10}+\frac{1}{8})\times 2\\
=&\frac{9}{40}\times 2\\
=&\frac{9}{20}
\end{aligned}
$$

答略。

例 5 一项工程，由甲、乙、丙三人各自单独做分别要用 6 天、3 天、2 天完成任务。如果三人合作需要几天完成任务？（适于六年级程度）

解：甲、乙、丙三人各自单独做分别要用 6 天、3 天、2 天完成任务，就是甲、乙、丙三人每一天分别完成这项工程的 $\frac{1}{6}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{2}$。

1中含有多少个$(\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2})$，三人合作就用多少天完成这项工程。

$$1\div(\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2})$$
$$=1\div1$$
=1（天）

答略。

例6 一项工程，甲单独做要用8天完成。乙的工作效率比甲的高 $\frac{1}{3}$。乙单独做几天完成？（适于六年级程度）

解：从甲单独做8天完成可以知道，甲一天完成这项工程的 $\frac{1}{8}$。乙一天比甲一天多完成 $\frac{1}{8}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{24}$，乙一天的工作量是 $\frac{1}{8}+\frac{1}{24}=\frac{1}{6}$。

所以，乙单独做可以完成的时间是：

$1\div\frac{1}{6}=6$（天）

综合算式：

$$1\div(\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\times\frac{1}{3})$$
$$=1\div\frac{1}{6}$$
=6（天）

答略。

*例7 一项工程，甲、乙两队合做每天能完成全工程的 $\frac{9}{40}$。甲队独做3天，乙队独做5天后，全工程剩下 $\frac{1}{8}$ 未完成。全工程由乙队单独做多少天可以完成？（适于六年级程度）

解：甲队独做 3 天，乙队独做 5 天所完成的工作量，相当于甲乙两队合做 3 天，乙队再独做 2 天所完成的工作量。这时完成了全工程的：

$$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

乙队每天可以完成全工程的：

$$(\frac{7}{8}-\frac{9}{40}\times3)\div2=\frac{1}{10}$$

乙队单独做完成的时间是：

$$1\div\frac{1}{10}=10(\text{天})$$

综合算式：

$$\begin{aligned}&1\div[(1-\frac{1}{8}-\frac{9}{40}\times3)\div2]\\=&1\div[(\frac{7}{8}-\frac{27}{40})\div2]\\=&1\div[\frac{1}{5}\div2]\\=&1\div\frac{1}{10}\\=&10(\text{天})\end{aligned}$$

答略。

***例 8 加工一批零件，甲独做需要 3 天完成，乙独做需要 4 天完成。两人同时加工完成任务时，甲比乙多做 24 个。这批零件有多少个？（适于六年级程度）**

解：解这道题的关键是，求出 24 个零件相当于零件总数的几分之几。

由题意可知，甲一天完成零件总数的$\frac{1}{3}$**，乙一天完成零件总数的**$\frac{1}{4}$**。所以，甲一天完成的工作量比乙一天完成的工作量多：**

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$$

甲、乙合做完成的天数是：

$$1\div(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})=\frac{12}{7}(\text{天})$$

完成任务时甲比乙多做：

$$\frac{1}{12}\times\frac{12}{7}=\frac{1}{7}$$

$\frac{1}{7}$**所对应的数量是**24**个。所以，这批零件的个数是：**

$$24\div\frac{1}{7}=168(\text{个})$$

综合算式：

$$\frac{24}{(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})\times[1\div(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})]}$$

$$=\frac{24}{\frac{1}{12}\times[1\div\frac{7}{12}]}$$

$$=\frac{24}{\frac{1}{12}\times\frac{12}{7}]}$$

$$=24\div\frac{1}{7}$$

$$=168(\text{个})$$

答略。

*例 9 一项工程，甲单独做 20 天完成，乙单独做 30 天完成。甲、乙合做了数天后，乙因事请假，甲继续做，从开工到完成任务共用了 14 天。乙请假几天？（适于六年级程度）

解：根据“甲单独做 20 天完成”和“从开工到完成任务共用了 14 天”，可知甲做了全工程的：

$$\frac{1}{20}\times14=\frac{14}{20}=\frac{7}{10}$$

乙做了全工程的：

$$1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}$$

根据“乙单独做30天完成”，“乙做了全工程的 $\frac{3}{10}$，可求出乙实际工作了：

$$\frac{3}{10}\div\frac{1}{30}=9(\text{天})$$

乙请假的天数是：

14-9=5（天）

综合算式：

$$14-(1-\frac{1}{20}\times14)\div\frac{1}{30}$$

$$=14-\frac{3}{10}\times30$$

$$=14-9$$

$$=5(\text{天})$$

答略。

*例 10 一项工程，乙队单独做需要 15 天完成。甲、乙两队合做，比乙队单独做可提前 6 天完成。如果甲、乙两队合做 5 天后，再由甲队单独做，甲队还需要多少天才能完成？（适于六年级程度）

解：设这项工程为 1，则乙队每天做：

$$1\div15=\frac{1}{15}$$

两队合做时每天做：

$$1 \div (15-6) = \frac{1}{9}$$

甲队每天做：

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{15} = \frac{2}{45}$$

两队合做 5 天后剩下的工作量是：

$$1 - \frac{1}{9} \times 5 = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

甲队做剩的工作还需要的时间是：

$$\frac{4}{9} \div \frac{2}{45} = 10$$

综合算式：

$$\begin{aligned}&(1-\frac{1}{(15-6)} \times 5) \div (\frac{1}{(15-6)} - \frac{1}{15})\\ &= \frac{4}{9} \div \frac{2}{45}\\ &= 10 \text{（天）}\end{aligned}$$

答略。

（三）用解工程问题的方法解其他类型的应用题

例 1 甲、乙两地相距 487 千米。李华驾驶摩托车从甲地到乙地，需要 1 小时；王明骑自行车从乙地到甲地需要 3 小时。照这样的速度，两人分别从两地同时相向出发，经过几小时在途中相遇？

一般解法：（适于四年级程度）

$$\begin{aligned}&487 \div (487 + 487 \div 3)\\ &= 487 \div \frac{487 \times 4}{3}\\ &= \frac{3}{4} \text{（小时）}\end{aligned}$$

答：李华和王明经过$\frac{3}{4}$小时在途中相遇。

用解工程问题的方法解：（适于六年级程度）

把全程看作 1。李华驾驶摩托车从甲地到乙地需要 1 小时，李华的速度就是 1；王明骑自行车从乙地到甲地需要 3 小时，王明每 1 小时要行全程的$\frac{1}{3}$，王明的速度是$\frac{1}{3}$。

李华和王明速度的和是$(1+\frac{1}{3})$。所以，

$$\begin{aligned}&1 \div (1 + \frac{1}{3})\\ &= \frac{3}{4} \text{（小时）}\end{aligned}$$

答：李华和王明经过$\frac{3}{4}$小时在途中相遇。

例 2 某学校食堂购进一车煤，原计划烧 60 天。由于改进了炉灶的构造，实际每天比原来少烧 10 千克，这样这车煤烧了 70 天。这车煤重多少千克？

*一般解法：（适于四年级程度）

$$10\times60\div（70-60）\times70$$
$$=4200（千克）$$

答：这车煤重 4200 千克。

用解工程问题的方法解：（适于六年级程度）

把这车煤的重量看作1。则原计划每天烧这车煤的$\frac{1}{60}$，实际每天烧这车煤的$\frac{1}{70}$，每天节省的10千克的对应分率是$(\frac{1}{60}-\frac{1}{70})$。因此，这车煤的重量是：

$$10\div(\frac{1}{60}-\frac{1}{70})$$
$$=4200（千克）$$

答略。

例3 某工厂计划加工一批零件，每天加工200个，20天完成。实际每天加工的零件比原计划多$\frac{1}{4}$。实际需要几天才能加工完这批零件？

一般解法：（适于六年级程度）

$$200\times20\div[200\times（1+\frac{1}{4}）]$$
$$=4000\div250$$
$$=16（天）$$

答略。

用解工程问题的方法解：（适于六年级程度）

如果把这批零件的总数作为一项“工程”，以 1 表示，则这个工厂计划每天加工的零件就是$\frac{1}{20}$。题又给出“实际每天加工的零件比原计划多$\frac{1}{4}$”，所以实际每天加工的零件数就是$\frac{1}{20}\times(1+\frac{1}{4})$。

因此，实际需要的天数是：

$$1\div[\frac{1}{20}\times(1+\frac{1}{4})]$$
$$=1\div[\frac{1}{20}\times\frac{5}{4}]$$
$$=1\div\frac{1}{16}$$
$$=16(天)$$

答略。

（四）用份数法解工程问题

例 1 一项工程，甲队单独做 9 天完成，乙队单独做 18 天完成。甲、乙两队合做 4 天后，剩下的任务由乙队单独做。乙队还需要几天才能完成？（适于六年级程度）

解：把整个工程的工作量平均分成 9×18=162（份）

甲队每天可以完成：

162÷9=18（份）

乙队每天可以完成：

162÷18=9（份）

甲、乙两队合做每天共完成：

18+9=27（份）

两队 4 天共完成：

27×4=108（份）

两队合做 4 天后，剩下的工程是：

162-108=54（份）

剩下的任务由乙队单独做，需要的天数是：

54÷9=6（天）

综合算式：

[9×18-(9×18÷18+9×18÷9)×4]÷9

=[162-108]÷9

=6（天）

答略。

例 2 一项工程，甲队单独做 16 天完成，乙队单独做 20 天完成。甲队先做 7 天，然后由甲、乙两队合做。甲、乙两队合做还要多少天才能完成？（适于六年级程度）

解：把这项工程的总工作量看做 16×20 份，则甲队每天做 20 份，乙队每天做 16 份。

甲队先做 7 天，完成的工作量是：

20×7=140（份）

甲队做 7 天后，剩下的工作量是：

16×20-140=180（份）

甲、乙两队合做，一天可以完成：

20+16=36（份）

甲、乙两队合做还需要的天数是：

180÷36=5（天）

答略。

例 3 一个水池装有进、出水管各一个。单开进水管 10 分钟可将空池注满，单开出水管 12 分钟可将满池水放完。若两管齐开多少分钟可将空池注满？（适于六年级程度）

解：把注满全池水所用的时间看作 10×12 份，当进水管进 12 份的水量时，出水管可放出 10 份的水量，进出水相差的水量是：

12-10=2（份）

甲、乙两管齐开注满水池所用的时间是：

10×12÷2=60（分钟）

答：若两管齐开 60 分钟可将空池注满。

（五）根据时间差解工程问题

例 1 师、徒二人共同加工一批零件，需要 4 小时完成。师傅单独加工这批零件需要 5 小时完成。师、徒二人共同加工完这批零件时，徒弟加工了 30 个。这批零件有多少个？（适于六年级程度）

解：从时间差考虑，师、徒共同加工完的时间与师傅单独加工完的时间相差 5-4=1（小时）。这说明师傅 1 小时加工的零件数等于徒弟 4 小时加工的零件数。

所以，师傅 5 小时加工的零件就是这批零件的总数：

30×5=150（个）

答略。

例 2 一份稿件需要打字，甲、乙两人合打 10 天可以完成。甲单独打 15 天可以完成。乙单独打需要几天完成？（适于六年级程度）

解：从时间差考虑，甲、乙两人合打完成与甲单独打完，两者的时间差是 15-10=5（天），这说明甲 5 天的工作量相当于乙 10 天的工作量。

那么，甲 15 天的工作量，乙要工作：

10÷5×15=30（天）

答：乙单独打需要 30 天完成。

例 3 一辆快车和慢车同时分别从 A、B 两站相对开出，经过 12 小时相遇。已知快车行完全程需要 20 小时。求两车相遇后慢车还要行多少小时才能到达 A 站？（适于六年级程度）

解：从时间差考虑，两车相遇与快车行完全程的时间差是 20-12=8（小时）。这说明快车 8 小时行的路程相当于慢车 12 小时行的路程。那么快车行 12 小时的路程，慢车要行多长时间？也就是两车相遇后慢车还要行驶而到达 A 点的时间。

12÷8×12=18（小时）

答略。

三十七、解流水问题的方法

流水问题是研究船在流水中的行程问题，因此，又叫行船问题。在小学数学中涉及到的题目，一般是匀速运动的问题。这类问题的主要特点是，水速在船逆行和顺行中的作用不同。

流水问题有如下两个基本公式：

顺水速度=船速+水速　　　　　（1）

逆水速度=船速-水速　　　　　（2）

这里，顺水速度是指船顺水航行时单位时间里所行的路程；船速是指船本身的速度，也就是船在静水中单位时间里所行的路程；水速是指水在单位时间里流过的路程。

公式（1）表明，船顺水航行时的速度等于它在静水中的速度与水流速度之和。这是因为顺水时，船一方面按自己在静水中的速度在水面上行进，同时这艘船又在按着水的流动速度前进，因此船相对地面的实际速度等于船速与水速之和。

公式（2）表明，船逆水航行时的速度等于船在静水中的速度与水流速度之差。

根据加减互为逆运算的原理，由公式（1）可得：

水速=顺水速度-船速　　　　　（3）

船速=顺水速度-水速　　　　　（4）

由公式（2）可得：

水速=船速-逆水速度　　　　　（5）

船速=逆水速度+水速　　　　　（6）

这就是说，只要知道了船在静水中的速度、船的实际速度和水速这三者中的任意两个，就可以求出第三个。

另外，已知某船的逆水速度和顺水速度，还可以求出船速和水速。因为顺水速度就是船速与水速之和，逆水速度就是船速与水速之差，根据和差问题的算法，可知：

船速=（顺水速度+逆水速度）÷2　　（7）

水速=（顺水速度-逆水速度）÷2　　（8）

*例 1 一只渔船顺水行 25 千米，用了 5 小时，水流的速度是每小时 1 千米。此船在静水中的速度是多少？（适于高年级程度）

解：此船的顺水速度是：

25÷5=5（千米/小时）

因为“顺水速度=船速+水速”，所以，此船在静水中的速度是“顺水速度-水速”。

5-1=4（千米/小时）

综合算式：

25÷5-1=4（千米/小时）

答：此船在静水中每小时行 4 千米。

*例 2 一只渔船在静水中每小时航行 4 千米，逆水 4 小时航行 12 千米。水流的速度是每小时多少千米？（适于高年级程度）

解：此船在逆水中的速度是：

12÷4=3（千米/小时）

因为逆水速度=船速-水速，所以水速=船速-逆水速度，即：

4-3=1（千米/小时）

答：水流速度是每小时 1 千米。

*例 3 一只船，顺水每小时行 20 千米，逆水每小时行 12 千米。这只船在静水中的速度和水流的速度各是多少？（适于高年级程度）

解：因为船在静水中的速度=（顺水速度+逆水速度）÷2，所以，这只船在静水中的速度是：

（20+12）÷2=16（千米/小时）

因为水流的速度=（顺水速度-逆水速度）÷2，所以水流的速度是：

（20-12）÷2=4（千米/小时）

答略。

*例 4 某船在静水中每小时行 18 千米，水流速度是每小时 2 千米。此船从甲地逆水航行到乙地需要 15 小时。求甲、乙两地的路程是多少千米？此船从乙地回到甲地需要多少小时？（适于高年级程度）

解：此船逆水航行的速度是：

18-2=16（千米/小时）

甲乙两地的路程是：

16×15=240（千米）

此船顺水航行的速度是：

18+2=20（千米/小时）

此船从乙地回到甲地需要的时间是：

240÷20=12（小时）

答略。

*例 5 某船在静水中的速度是每小时 15 千米，它从上游甲港开往乙港共用 8 小时。已知水速为每小时 3 千米。此船从乙港返回甲港需要多少小时？（适于高年级程度）

解：此船顺水的速度是：

15+3=18（千米/小时）

甲乙两港之间的路程是：

18×8=144（千米）

此船逆水航行的速度是：

15-3=12（千米/小时）

此船从乙港返回甲港需要的时间是：

144÷12=12（小时）

综合算式：

（15+3）×8÷（15-3）

=144÷12

=12（小时）

答略。

*例 6 甲、乙两个码头相距 144 千米，一艘汽艇在静水中每小时行 20 千米，水流速度是每小时 4 千米。求由甲码头到乙码头顺水而行需要几小时，由乙码头到甲码头逆水而行需要多少小时？（适于高年级程度）

解：顺水而行的时间是：

144÷（20+4）=6（小时）

逆水而行的时间是：

144÷（20-4）=9（小时）

答略。

*例 7 一条大河，河中间（主航道）的水流速度是每小时 8 千米，沿岸边的水流速度是每小时 6 千米。一只船在河中间顺流而下，6.5 小时行驶 260 千米。求这只船沿岸边返回原地需要多少小时？（适于高年级程度）

解：此船顺流而下的速度是：

260÷6.5=40（千米/小时）

此船在静水中的速度是：

40-8=32（千米/小时）

此船沿岸边逆水而行的速度是：

32-6=26（千米/小时）

此船沿岸边返回原地需要的时间是：

260÷26=10（小时）

综合算式：

260÷（260÷6.5-8-6）
=260÷（40-8-6）
=260÷26
=10（小时）

答略。

*例 8 一只船在水流速度是 2500 米/小时的水中航行，逆水行 120 千米用 24 小时。顺水行 150 千米需要多少小时？（适于高年级程度）

解：此船逆水航行的速度是：

120000÷24=5000（米/小时）

此船在静水中航行的速度是：

5000+2500=7500（米/小时）

此船顺水航行的速度是：

7500+2500=10000（米/小时）

顺水航行 150 千米需要的时间是：

150000÷10000=15（小时）

综合算式：

150000÷（120000÷24+2500×2）
=150000÷（5000+5000）
=150000÷10000
=15（小时）

答略。

*例 9 一只轮船在 208 千米长的水路中航行。顺水用 8 小时，逆水用 13 小时。求船在静水中的速度及水流的速度。（适于高年级程度）

解：此船顺水航行的速度是：

208÷8=26（千米/小时）

此船逆水航行的速度是：

208÷13=16（千米/小时）

由公式船速=（顺水速度+逆水速度）÷2，可求出此船在静水中的速度是：

（26+16）÷2=21（千米/小时）

由公式水速=（顺水速度-逆水速度）÷2，可求出水流的速度是：

（26-16）÷2=5（千米/小时）

答略。

*例 10 A、B 两个码头相距 180 千米。甲船逆水行全程用 18 小时，乙船逆水行全程用 15 小时。甲船顺水行全程用 10 小时。乙船顺水行全程用几小时？（适于高年级程度）

解：甲船逆水航行的速度是：

180÷18=10（千米/小时）

甲船顺水航行的速度是：

180÷10=18（千米/小时）

根据水速=（顺水速度-逆水速度）÷2，求出水流速度：

（18-10）÷2=4（千米/小时）

乙船逆水航行的速度是：

180÷15=12（千米/小时）

乙船顺水航行的速度是：

12+4×2=20（千米/小时）

乙船顺水行全程要用的时间是：

180÷20=9（小时）

综合算式：

180÷[180÷15+（180÷10-180÷18）÷2×3]

=180÷[12+（18-10）÷2×2]

=180÷[12+8]

=180÷20

=9（小时）

答略。

三十八、解植树问题的方法

植树问题是研究植树地段的全长、间隔距离、株数三种数量之间的关系的应用题。植树应用题基本分为两类：沿路旁植树；沿周长植树。

沿路旁植树，因为首尾两端都要种一棵，所以植树棵数要比分成的段数多 1；沿周长植树，因为首尾两端重合在一起，所以，植树的棵数和所分成的段数相等。

解答植树问题的基本方法是：

（1）沿路旁植树

棵数=全长÷间隔+1

间隔=全长÷（棵数-1）

全长=间隔×（棵数-1）

（2）沿周长植树

棵数=全长÷间隔

间隔=全长÷棵数

全长=间隔×棵数

（一）沿路旁植树

例 1 有一段路长 720 米，在路的一边每间隔 3 米种 1 棵树。问这样可以种多少棵树？（适于三年级程度）

解：根据棵数=全长÷间隔+1 的关系，可得：

720÷3+1

=240+1

=241（棵）

答：可以种 241 棵树。

例 2 在某城市一条柏油马路上，从始发站到终点站共有 14 个车站，每两个车站间的平均距离是 1200 米。这条马路有多长？（适于三年级程度）

解：根据全长=间隔×（棵数-1）的关系，可得：

1200×（14-1）

=1200×13

=15600（米）

答：这条马路长 15600 米。

例 3 要在 612 米长的水渠的一岸植树 154 棵。每相邻两棵树间的距离是多少米？（适于三年级程度）

解：根据“间隔=全长÷（棵数-1）”的关系，可得：

612÷（154-1）

=612÷153

=4（米）

答：每相邻两棵树间的距离是 4 米。

例 4 两座楼房之间相距 60 米，现要在两座楼房之间栽树 9 棵。每两棵

树的间隔是多少米？（适于三年级程度）

解：因为在 60 米的两端是两座楼房，不能紧挨着楼房的墙根栽树，所以，把 60 米平均分成的段数要比树的棵数多 1。由距离和段数便可求出两棵树之间的距离：

60÷（9+1）

=60÷10

=6（米）

答：每两棵树的间隔是 6 米。

*例 5 原计划沿公路一旁埋电线杆 301 根，每相邻两根间的距离 50 米。实际上在公路一旁只埋了 201 根电线杆。求实际上每两根电线杆之间的距离。（适于四年级程度）

解：题中所埋电线杆的根数比段数多 1，因此在计算段数时，要从根数减去 1，才得段数。

50×（301-1）÷（201-1）

=50×300÷200

=75（米）

答：实际上每两根电线杆之间的距离是 75 米。

（二）沿周长植树

例 1 在周长是 480 米的圆形养鱼池周围，每隔 12 米栽一棵树。一共可以栽多少棵树？（适于三年级程度）

解：根据棵数=全长÷间隔，可求出一共栽树的棵数：

480÷12=40（棵）

答：一共可以栽 40 棵树。

例 2 一个圆形湖的周长是 945 米，沿着湖的周长栽了 270 棵树。求相邻两棵树间的距离是多少米？（适于三年级程度）

解：

945÷270=3.5（米）

答：相邻两棵树间的距离是 3.5 米。

例 3 一块长方形场地，长 300 米，宽比长少 50 米。从这个长方形的一个角开始，沿长方形的周长栽树，每隔 10 米栽一棵。这块场地周围可以栽树多少棵？（适于四年级程度）

解：先求出长方形场地的周长，再求可栽树多少棵。

（300+300-50）×2÷10

=550×2÷10

=1100÷10

=110（棵）

答：可以栽树 110 棵。

*例 4 有一个圆形花坛，绕它走一圈是 120 米。如果在花坛周围每隔 6

米栽一株丁香花，再在每相邻的两株丁香花之间等距离地栽 2 株月季花。可栽丁香花多少株？可栽月季花多少株？每 2 株紧相邻的月季花相距多少米？（适于四年级程度）

解：根据棵数=全长÷间隔可求出栽丁香花的株数：

120÷6=20（株）

由于是在每相邻的 2 株丁香花之间栽 2 株月季花，丁香花的株数与丁香花之间的间隔数相等，因此，可栽月季花：

2×20=40（株）

由于 2 株丁香花之间的 2 株月季花是紧相邻的，而 2 株丁香花之间的距离被 2 株月季花分为 3 等份，因此紧相邻 2 株月季花之间距离为：

6÷3=2（米）

答：可栽丁香花 20 株，可栽月季花 40 株，2 株紧相邻月季花之间相距 2 米。

例 5 在圆形水池边植树，把树植在距离岸边均为 3 米的圆周上，按弧长计算，每隔 2 米植一棵树，共植了 314 棵。水池的周长是多少米？（适于六年级程度）

解：先求出植树线路的长。植树线路是一个圆的周长，这个圆的周长是：

2×314=628（米）

这个圆的直径是：

628÷3.14=200（米）

由于树是植在距离岸边均为 3 米的圆周上，所以圆形水池的直径是：

200-3×2=194（米）

圆形水池的周长是：

194×3.14=609.16（米）

综合算式：

（2×314÷3.14-3×2）×3.14
=（200-6）×3.14
=194×3.14
=609.16（米）

答略。

三十九、解时钟问题的方法

研究时钟的长针（分针）与短针（时针）成直线、成直角与重合的问题，叫做时钟问题。

钟表的分针每小时走 60 个小格，而时针每小时只走 5 个小格；分针每分钟走1个小格，而时针每分钟只走$\frac{5}{60}$个小格，即$\frac{1}{12}$个小格。每分钟分针比时针多走$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$个小格。时钟问题的每一个公式都与$\frac{11}{12}$有关，$\frac{11}{12}$个小格是两针在1分钟内所走的路程差。根据两针不同的间隔要求，用除法就可以求出题中所要求的时间。

解题规律：

（1）求两针成直线所需要的时间，有：

两针成直线所需要的分钟数＝（原来两针间隔的格数±30）÷（$1-\frac{1}{12}$）

（2）求两针成直角所需要的时间，有：

两针成直角所需要的分钟数＝（原来两针间隔的格数±15）÷（$1-\frac{1}{12}$）

两针成直角所需要的分钟数＝（原来两针间隔的格数±45）÷（$1-\frac{1}{12}$）

（3）求两针重合所需要的时间，有：

两针重合所需要的时间＝原来两针间隔的格数÷（$1-\frac{1}{12}$）

求出所需要的时间后，再加上原来的时刻，就得出两针形成各种不同位置的时刻。

（一）求两针成直线所需要的时间

*例 1 在 7 点钟到 8 点钟之间，分针与时针什么时候成直线？（适于高年级程度）

解：在 7 点钟的时候，分针在时针后面（图 39-1）：

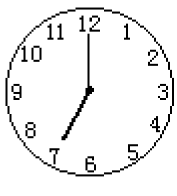


图 39-1

5×7=35（格）

当分针与时针成直线时，两针的间隔是 30 格。因此，只需要分针追上时针：

35-30=5（格）

因为每分钟分针比时针多走（$1-\frac{1}{12}$）格，所以，我们看5个格之中包含多少个（$1-\frac{1}{12}$）格，即可得到两针成直线所需要的时间。

$$5\div\left(1-\frac{1}{12}\right)$$
$$=5\div\frac{11}{12}$$
$$=5\frac{5}{11}\text{（分）}$$

综合算式：

$$(5\times7-30)\div\left(1-\frac{1}{12}\right)$$
$$=5\div\frac{11}{12}$$
$$=5\frac{5}{11}\text{（分）}$$

答：在7点$5\frac{5}{11}$分，分针与时针成直线。

*例 2 在 4 点与 5 点之间，分针与时针什么时候成直线？（适于高年级程度）

解：4 点钟时，分针在时针的后面（图 39-2）：

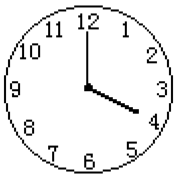


图 39-2

5×4=20（格）

当分针与时针成直线时，分针不仅要追上已落后的 20 格，还要超过时针 30 格，所以一共要追上：

20+30=50（格）

因为分针每分钟比时针多走（$1-\frac{1}{12}$）格，所以，看50个格之中包含多少个（$1-\frac{1}{12}$）格，就可得到需要多长时间两针成直线。

$$50\div\left(1-\frac{1}{12}\right)$$
$$=50\div\frac{11}{12}$$
$$=54\frac{6}{11}\text{（分）}$$

综合算式：

$$(5\times4+30)\div\left(1-\frac{1}{12}\right)$$
$$=50\div\frac{11}{12}$$
$$=54\frac{6}{11}\text{（分）}$$

答：两针在4点$54\frac{6}{11}$分成直线。

（二）求两针成直角所需要的时间

*例 1　在 6 点到 7 点之间，时针与分针什么时候成直角？（适于高年级程度）

解：分针与时针成直角时，分针在时针前面 15 格或时针后面 15 格，因此，本题有两个答案。

（1）6 点钟时，分针在时针后面（图 39-3）：

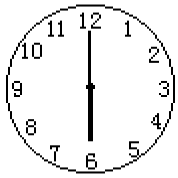


图 39-3

5×6=30（格）

因为两针成直角时，分针在时针后面 15 格，所以分针追上时针的格数是：

30-15=15（格）

因为分针比时针每分钟多走$\left(1-\frac{1}{12}\right)$格，所以，看15个格之中含有多少个$\left(1-\frac{1}{12}\right)$格，即可得到两针成直角所需要的时间。

$$15\div\left(1-\frac{1}{12}\right)$$
$$=15\div\frac{11}{12}$$
$$=16\frac{4}{11}\text{（分）}$$

综合算式：

$$(5\times6-15)\div\left(1-\frac{1}{12}\right)$$
$$=15\div\frac{11}{12}$$
$$=16\frac{4}{11}\text{（分）}$$

（2）以上是两针第一次成直角的时刻。当两针第二次成直角时，分针在时针前面 15 格，所以分针不仅追上时针，而且要超过时针：

5×6+15=45（格）

45格中含有多少个（$1-\frac{1}{12}$）格，两针就需要多长时间成直角。

$$45\div(1-\frac{1}{12})$$
$$=45\div\frac{11}{12}$$
$$=49\frac{1}{11}\text{（分）}$$

综合算式：

$$(5\times6+15)\div(1-\frac{1}{12})$$
$$=45\div\frac{11}{12}$$
$$=49\frac{1}{11}\text{（分）}$$

答：时针与分针分别在6点$49\frac{1}{11}$分和6点分成直角。

***例 2　在 1 点到 2 点之间，时针与分针在什么时候成直角？（适于高年级程度）**

解：1 点钟时，分针在时针后面：

5×1=5（格）

当分针与时针成直角时，两针间隔是 15 格，因此，分针不仅要追上时针 5 格，而且要超过时针 15 格，分针实际追上时针的格数是：

5+15=20（格）

因为分针每分钟比时针多走（$1-\frac{1}{12}$）格，也就是每分钟能追上（$1-\frac{1}{12}$）格，所以20格之中包含多少个（$1-\frac{1}{12}$）格，分针与时针就经过多少分钟成直角。

$$20\div(1-\frac{1}{12})$$
$$=20\div\frac{11}{12}\ \text{ì}$$
$$=21\frac{9}{11}\text{（分）}$$

综合算式：

$$(5\times1+15)\div(1-\frac{1}{12})$$
$$=20\div\frac{11}{12}$$
$$=21\frac{9}{11}\text{（分）}$$

当分针走到时针前面 45 格（也就是走到时针后面 15 格）时，两针也成

直角。因此，所需时间是：

$$（5×1+45）÷（1-\frac{1}{12}）$$
$$=50÷\frac{11}{12}$$
$$=54\frac{6}{11}(分)$$

答：1点$21\frac{9}{11}$分和1点$54\frac{6}{11}$分，两针都成直角。

*例 3 在 11 点与 12 点之间，时针与分针在什么时候成直角？（适于高年级程度）

解：在 11 点钟时，分针在时针后面：

5×11=55（格）

第一次两针成直角时，分针是在时针后面 45 格，因此，分针需要追上时针的格数是：

55-45=10（格）

因为每分钟分针能追上时针（$1-\frac{1}{12}$）格，所以10个格中包含多少个（$1-\frac{1}{12}$）格，两针就需要多长时间成直角。

$$10÷（1-\frac{1}{12}）$$
$$=10÷\frac{11}{12}$$
$$=10\frac{10}{11}（分）$$

综合算式：

$$（5×11-45）÷（1-\frac{1}{12}）$$
$$=10÷\frac{11}{12}$$
$$=10\frac{10}{11}（分）$$

第二次成直角时，分针在时针后面15格。根据公式两针成直角所需时间数=（原来两针间隔的格数±15）÷（$1-\frac{1}{12}$），得：

$$(5\times11-15)\div(1-\frac{1}{12})$$
$$=40\div\frac{11}{12}$$
$$=43\frac{7}{11}\text{（分）}$$

答：时针与分针在11点$\frac{10}{11}$分和11点$43\frac{7}{11}$分成直角。

（三）求两针重合所需要的时间

在 11 点到 1 点之间，两针除在 12 点整重合外，其他每一点钟之间都有一次重合。

***例 1　3 点钟到 4 点钟之间，分针与时针在什么时候重合？（适于高年级程度）**

解：在 3 点钟时，分针在时针后面：

5×3=15（格）

分针只要追上这15格，两针就重合了。每分钟分针比时针可多走$(1-\frac{1}{12})$格，因此15格之中包含有多少个$(1-\frac{1}{12})$，分针与时针就需要多长时间重合。

$$5\times3\div(1-\frac{1}{12})$$
$$=15\div\frac{11}{12}$$
$$=16\frac{4}{11}\text{（分）}$$

答：在3点$16\frac{4}{11}$分钟两针重合。

***例 2 在 4 点与 5 点之间，两针什么时候重合？（适于高年级程度）**

解：在 4 点钟时，分针在时针后面 5×4 格，分针只要追上时针 4×5 格，两针就重。

$$5\times4\div(1-\frac{1}{12})$$
$$=20\div\frac{11}{12}$$
$$=21\frac{9}{11}\text{（分）}$$

答：两针在4点$21\frac{9}{11}$分重合。

四十、几何变换法

利用几何图形的变换解答几何题的方法叫做几何变换法。

在实际生产和生活中，几何形体往往不是以标准的形状出现，而是以比较复杂的组合图形出现，很难直接利用公式计算其面积或体积。如果在保持图形的面积或体积不变的前提下，对图形进行适当的变换，就容易找出计算其面积或体积的方法。

（一）添辅助线法

有些组合图形按一般的思考方法好像已知条件不足，很难解答。如果在图形中添加适当的辅助线，就可能找到解题的途径。辅助线一般用虚线表示。

*例 1 求图 40-1 阴影部分的面积。（单位：平方米）（适于三年级程度）

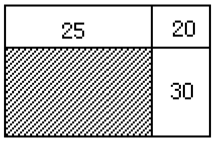


图 40-1

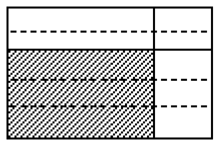


图 40-2

解：图 40-1 中，右边两个部分的面积分别是 20 平方米和 30 平方米，所以可如图 40-2 那样添上三条辅助线，把整个长方形分成 5 等份。这样图中右边的五个小长方形的面积相等。同时，左边五个小长方形的面积也相等。左边每个小长方形的面积是：

$$25\div2=12.5\text{（平方米）}$$

所以，阴影部分的面积是：

$$12.5\times3=37.5\text{（平方米）}$$

答略。

*例 2 如图 40-3，一个平行四边形被分成两个部分，它们的面积差是 10 平方厘米，高是 5 厘米。求 EC 的长。（单位：厘米）（适于五年级程度）

解：如图 40-4，过 E 点作 AB 的平行线 EF，则△AEF 与△ABE 是等底等高的三角形。所以，△AEF 的面积与△ABE 的面积相等。

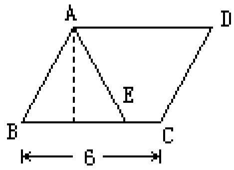


图 40-3

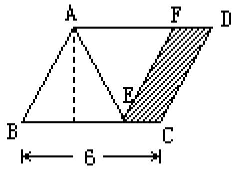


图 40-4

小平行四边形 EFDC 的面积就是 10 平方厘米。

因为它的高是 5 厘米，所以，

$$EC=10\div5=2\text{（厘米）}$$

答：EC 长 2 厘米。

*例 3 如图 40-5，已知图中四边形两条边的长度和三个角的度数，求这个四边形的面积。（单位：厘米）（适于五年级程度）

解：这是一个不规则的四边形，无法直接计算它的面积。

如图 40-6，把 AD 和 BC 两条线段分别延长，使它们相交于 E 点。这样，四边形 ABCD 的面积就可以转化为△ABE 的面积与△DCE 的面积之差。

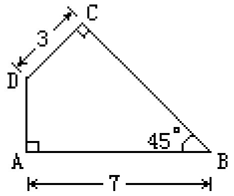


图 40-5

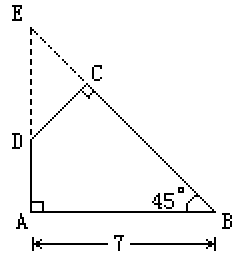


图 40-6

在△ABE 中，∠A 是直角，∠B=45°，所以∠E=45°，即△ABE 是等腰直角三角形。所以 AB=AE=7（厘米），则△ABE 的面积是：

7×7÷2=24.5（平方厘米）

在△DCE 中，∠DCE 是直角，∠E=45°，所以，∠CDE=45°，即△DCE 是等腰直角三角形。所以，CD=CE=3 厘米，则△DCE 的面积是：

3×3÷2=4.5（平方厘米）

所以，四边形 ABCD 的面积是：

24.5-4.5=20（平方厘米）

答略。

（二）分割法

分割法是在一个复杂的几何图形中，添上一条或几条辅助线，把图形分割成若干个已学过的基本图形，然后分别计算出各图形的面积或体积，再将所得结果相加的解题方法。

例 1 计算图 40-7 的面积。（单位：厘米）（适于五年级程度）

解：如图 40-8，在图中添上一条辅助线，把图形分割为一个梯形和一个长方形，分别计算出它们的面积，再把两个面积相加。

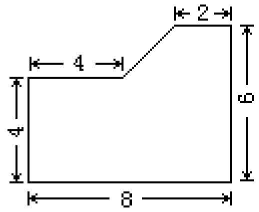


图 40-7

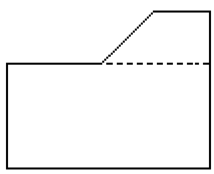


图 40-8

[2+（8-4）] ×（6-4）÷2+4×8

=6+32

=38（平方厘米）

答：图形的面积是 38 平方厘米。

例 2 图 40-9 中，ABCD 是长方形，AB=40 厘米，BC=60 厘米，E、F、G、H 是各边的中点。求图中阴影部分的面积。（适于五年级程度）

解：如图 40-10，在图中添加辅助线 EG，使阴影部分被分割成为两个面

积相等的三角形。先计算出一个三角形的面积，再把它的面积乘以 2。

三角形的底是长方形的长，高是长方形的宽的一半。

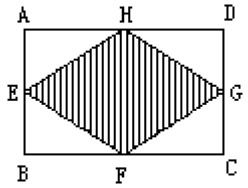


图 40-9

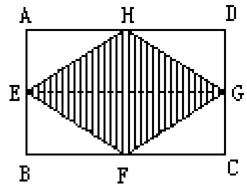
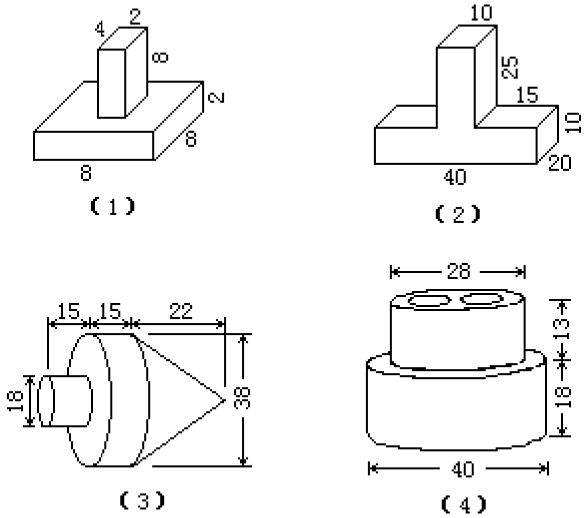


图 40-10

$$60\times(40\div2)\div2\times2$$
$$=60\times20$$
$$=1200\text{（平方厘米）}$$

答：阴影部分的面积是 1200 平方厘米。

*例 3 求图 40-11 中各组合体的体积。（单位：厘米）（适于六年级程度）



（（4）中中间两个圆孔的直径都是8厘米，深都是20厘米。）

图 40-11

解：如图 40-12，把各组合体分割为几个基本形体，然后分别求出每个基本形体的体积，再用加法、减法算出各组合体的体积。

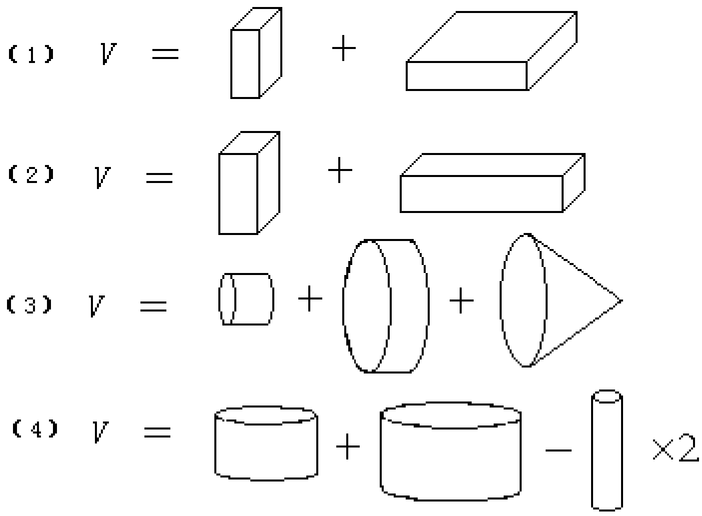


图 40-12

（三）割补法

在计算一些不规则的几何图形的面积时，把图形中凸出来的部分割下来，填补到相应的凹陷处，或较适当的位置，使图形组合成一个或几个规则的形状，再计算面积的解题方法叫做割补法。

例 1 求图 40-13 阴影部分的面积。（单位：厘米）（适于六年级程度）

解：把图40-13中上面的$\frac{1}{4}$圆割下，补入下面的空白部分，阴影部分拼成了一个梯形如图 40-14，这个梯形的面积就是图 40-13 中的阴影部分的面积。

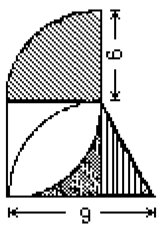


图 40-13


图 40-14

$$\frac{(6+9)\times 6}{2}$$

$=45$**（平方厘米）**

答：阴影部分的面积是 45 平方厘米。

***例 2 求图 40-15 中阴影部分的面积。（单位：米）（适于六年级程度）**

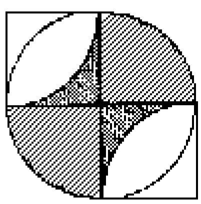


图 40-15

解：观察图40－15中的阴影部分可知，右上、左下两个$\frac{1}{4}$圆的面积好求，左上、右下两块阴影部分的面积难求。

把右上、左下两个$\frac{1}{4}$圆分割下来，填补到左上、右下两个空白的$\frac{1}{4}$圆处，则阴影部分组成两个边长为16米的小正方形（图40－16）。这两个小正方形的面积就是图40－15中阴影部分的面积。

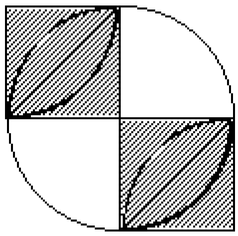


图 40-16

16×16×2=512（平方米）

答：阴影部分的面积是 512 平方米。

*例 3 图 40-17 中，ABCD 是正方形，ED=DA=AF=2 厘米。求图中阴影部分的面积。（适于六年级程度）

解：经割补，把图 40-17 组合成图 40-18。很容易看出，只要从正方形的面积中减去空白扇形的面积，便得到阴影部分的面积。

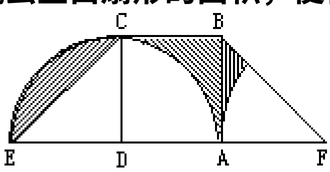


图 40-17

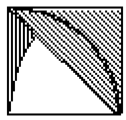


图 40-18

$$2\times2-\frac{3.14\times2\times2}{360}\times45$$
$$=4-1.57$$
$$=2.43$$（平方厘米）

答：图中阴影部分的面积是 2.43 平方厘米。

（四）平移法

在看不出几何图形面积的计算方法时，通过把图形的某一部分向某一方向平行移动一定的距离，使图形重新组合成可以看出计算方法的图形，从而计算出图形面积的解题方法叫做平移法。

例 1 计算图 40-19 中阴影部分的周长。（单位：厘米）（适于六年级程度）

解：把图 40-19 中右边正方形中的阴影部分向左平移 5 厘米，图 40-19 中的阴影部分便转化为图 40-20 中的正方形。图 40-20 中阴影正方形的面积就是图 40-19 阴影部分的面积。

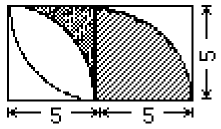


图 40-19

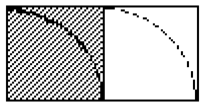


图 40-20

5×5=25（平方厘米）

答略。

*例 2 求图 40-21 中阴影部分的周长。（单位：厘米）（适于三年级程度）

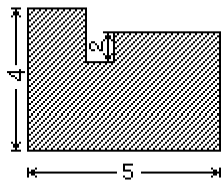


图 40-21

解：按图 40-22 箭头指示，把两条横向的线段向上平移到虚线处，再按图 40-23 箭头指示把垂直线段的一部分向右平移到虚线处，求图 40-21 阴影部分的周长便转化为求图 40-24 的周长和两条竖线长之和的问题了。

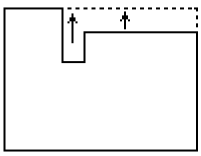


图 40-22

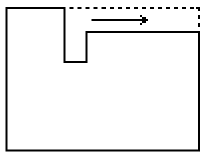


图 40-23

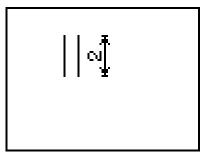


图 40-24

（5+4）×2+2×2
=9×2+4
=22（厘米）

答略。

*例 3 求图 40-25S 形水泥弯路面的面积。（单位：米）（适于三年级程度）

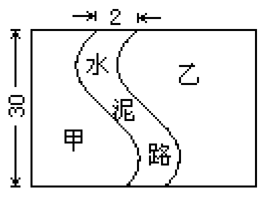


图 40-25

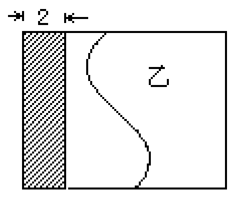


图 40-26

解：把图 40-25 中水泥弯路面左边的甲部分向右平移 2 米，使 S 形水泥路面的两条边重合，图 40-25 便转化为图 40-26，S 形水泥路面的面积转化为图 40-26 中的阴影部分的面积。

S 形水泥路的面积是：

30×2=60（平方米）

答略。

（五）旋转法

将看不出计算方法的图形的一部分以某一点为中心旋转适当角度，使图形重新组合成能看出计算方法的形状，从而计算出图形面积的解题方法叫旋转法。

***例 1 计算图 40-27 阴影部分的面积。（单位：分米）（适于六年级程度）**

解：把图$40-27$**中含有弓形阴影的**$\frac{1}{4}$**圆以圆心为轴顺时针方向旋转**$90°$**，**

图 40-27 便转化为图 40-28。图 40-28 中梯形的面积就是图 40-27 中的阴影面积。

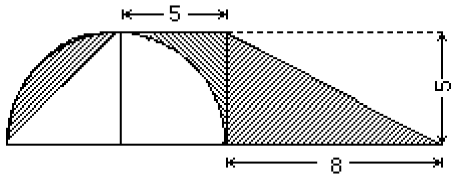


图 40-27

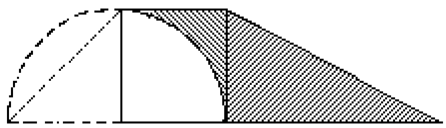


图 40-28

$$\frac{(5+8)\times 5}{2}=32.5\text{（平方分米）}$$

答略。

例 2 图 40-29 中，小圆的半径是 10 厘米，中圆的半径是 20 厘米，大圆的半径是 30 厘米。求图中阴影部分的面积。（适于六年级程度）

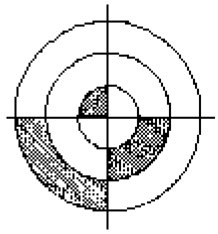


图 40-29

解：把图 40-29 中的小圆向逆时针方向旋转 90 度，把中环向顺时针方向旋转 90 度，图 40-29 便转化为图 40-30。

很明显，图 40-29 阴影部分的面积就是整个大圆面积的四分之一。

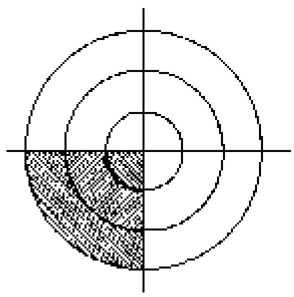


图 40-30

$$3.14\times 30\times 30\times\frac{1}{4}=706.5\text{（平方厘米）}$$

答略。

*例 3 计算图 40-31 的阴影面积。（单位：厘米）（适于六年级程度）

解：把图 40-31 右边的半圆以两个半圆的公共点为中心，顺时针方向旋转 180 度，与左边的半圆组成一个圆（图 40-32）。

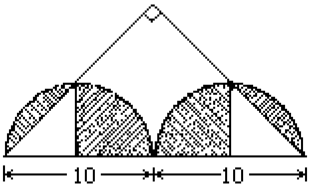


图 40-31

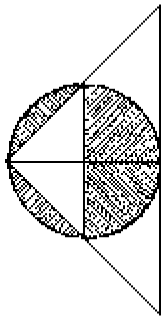


图 40-32

此时，两个空白的三角形组成一个等腰直角三角形。这个等腰直角三角形的底边等于圆的直径 10 厘米，高等于圆的半径 5 厘米，三角形的面积可求，接着也就可以求出图中阴影部分的面积了。

$$S_{阴} = S_{圆} - S_{\triangle}$$
$$= 3.14 \times 5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 10 \times 5$$
$$= 53.5$$（平方厘米）

答略。

（六）扩倍法

扩倍法就是把组合图形扩大几倍后，先求扩大倍数后的面积或体积，然后再求原来的面积或体积。

*例 1 求图 40-33 的面积。（单位：厘米）（适于三年级程度）

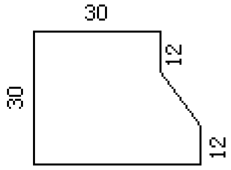


图 40-33

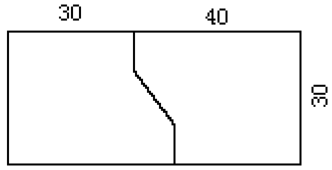


图 40-34

解：此题用分割法计算比较麻烦，而用扩倍法解答就容易多了。如图 40-34 那样把图 40-33 扩大为原来的 2 倍，就会看出图 40-33 的面积是：

（30+40）×30÷2=1050（平方厘米）

答略。

例 2 计算图 40-35 木块的体积。（单位：分米）（适于五年级程度）

解：在图 40-35 的木块上再扣上同形状、同体积的木块，如图 40-36。图 40-35 木块的体积就是图 40-36 长方体木块体积的一半儿。

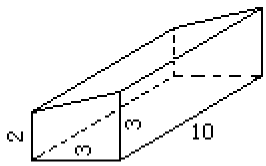


图 40-35

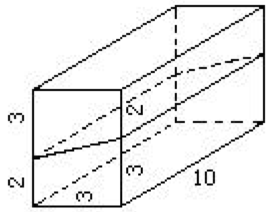


图 40-36

$$3\times10\times(3+2)\div2$$
$$=150\div2$$
$$=75\text{（立方分米）}$$

答略。

（七）缩倍法

缩倍法与扩倍法正好相反，它是先将图形的面积缩小若干倍，计算出面积，再把面积扩大为原来那么大。

例 1 图 40-37 中，每个小正方形的面积都是 2 平方厘米，求图中阴影部分的面积。（适于五年级程度）

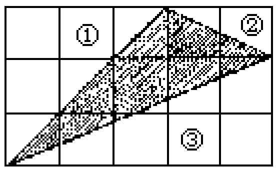


图 40-37

解：将图 40-37 中小正方形的面积先缩小 2 倍，则每个小正方形的面积都是 1 平方厘米，边长都是 1 厘米。

从大长方形面积减去三个空白三角形的面积（即①、②、③三个部分的面积），得阴影部分面积。

$$3\times5-3\times3\div2-2\times1\div2-5\times2\div2$$
$$=15-4.5-1-5$$
$$=4.5\text{（平方厘米）}$$

把 4.5 平方厘米扩大 2 倍，得阴影部分的实际面积。

$$4.5\times2=9\text{（平方厘米）}$$

答略。

例 2 图 40-38 正方形的面积是 18 平方厘米。求图中阴影部分的面积。（适于六年级程度）

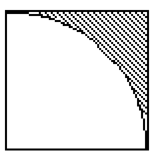


图 40-38

解：先将正方形面积缩小 2 倍，18 平方厘米被转化为 9 平方厘米，则正方形的边长是 3 厘米。

先算出已经缩小的正方形中的阴影面积，然后再把它扩大 2 倍，就得到题中所求。

$$\left(9-\frac{3.14\times3\times3}{4}\right)\times2$$
$$=18-14.13$$
$$=3.87\text{（立方厘米）}$$

答略。

（八）剪拼法

有些几何图形比较抽象，不适于用割补、分割、平移等方法解答。如果把这类图形剪成若干部分，再重新组合、拼接，就有可能找到解答方法。

*例 1 计算图 40-39、图 40-40、图 40-41 的阴影部分的面积。（单位：厘米）（适于六年级程度）

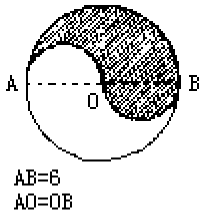


图 40-39

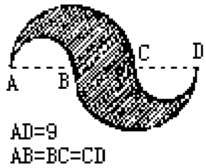


图 40-40

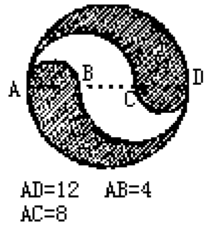


图 40-41

解：沿各图中的虚线，把各图剪成上、下两部分，再把下半部分翻过来，以它的背面与上半部分的正面拼接，图 40-39、图 40-40、图 40-41 便转化为图 40-42、图 40-43、图 40-44 的形状。

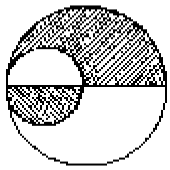


图 40-42

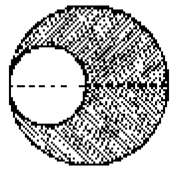


图 40-43

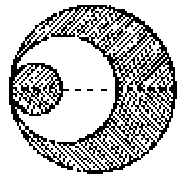


图 40-44

很容易看出，图 40-39 的阴影面积等于大圆面积的一半。

$$3.14\times\left(\frac{6}{2}\right)^2\div2=14.13\text{（平方厘米）}$$

图 40-40 的阴影面积等于从大圆面积减去小圆的面积。

$$3.14\times[(9-3)\div2]^2-3.14\times\left(\frac{3}{2}\right)^2$$
$$=3.14\times(9-2.25)$$
$$=21.195\text{（平方厘米）}$$

图 40-41 的阴影面积等于从大圆面积减去中圆的面积，加上小圆的面积。

$$3.14\times\left(\frac{12}{2}\right)^2-3.14\times\left(\frac{8}{2}\right)^2+3.14\times\left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$=3.14\times(36-16+4)$

$=3.14\times24$

$=75.36$（平方厘米）

答略。

*例 2 图 40-45 中每个大正方形的边长都是 2 厘米，求（1）～（10）各图阴影部分的面积。（适于六年级程度）

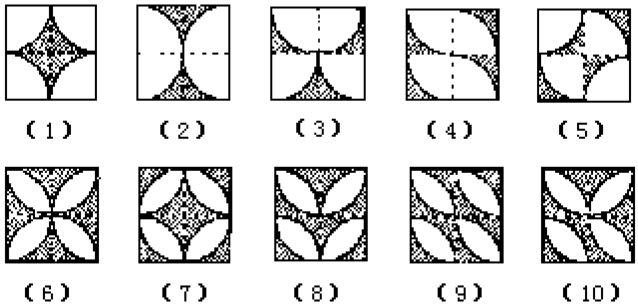


图 40-45

解：作图 40-46，并把图 40-46 中的（1）画在一张透明纸上剪成（2）那样的 4 个小正方形。如果画出两个（1），就可以剪出 8 个（2）那样的小正方形。

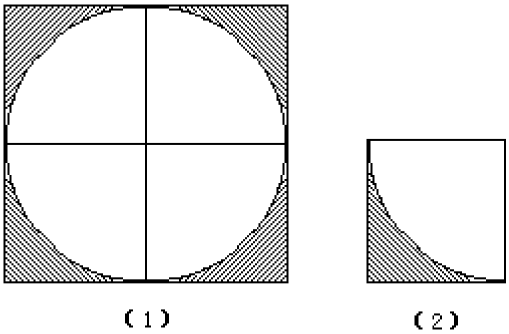


图 40-46

用（2）的 4 个小正方形，可以组合、拼接出图 40-45 中（1）～（5）中的任何一个图形。

这时可清楚地看出，图 40-45 中（1）～（5）每个图形的阴影部分的面积都与图 40-46 中（1）的阴影部分的面积相等，它们的面积都是：

$2\times2-3.14\times1\times1=0.86$（平方厘米）

同理，用 8 个图 40-46 中（2）的小正方形可以组合、拼接出图 40-45 中（6）～（10）的任何一个图形。

图 40-45 中（6）～（10）每个图形的阴影面积都是图 40-46 中（1）的阴影面积的 2 倍：

$(2\times2-3.14\times12)\times2=1.72$（平方厘米）

答略。